

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**

**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS**

**Departamento de Óptica**



**INFLUENCIA DE LAS FUNCIONES DE IGUALACIÓN DE  
COLOR EN LA PERCEPCIÓN COLORIMÉTRICA  
ABSOLUTA Y RELATIVA DE ESTÍMULOS DE COLOR**

**MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR**

**PRESENTADA POR**

**José Miguel Ezquerro Rodríguez**

Bajo la dirección de los doctores  
Fernando Carreño Sánchez  
Jesús Manuel Zoido chamorro

**Madrid, 2006**

# **INFLUENCIA DE LAS FUNCIONES DE IGUALACIÓN DE COLOR EN LA PERCEPCIÓN COLORIMÉTRICA ABSOLUTA Y RELATIVA DE ESTÍMULOS DE COLOR**

JOSÉ MIGUEL EZQUERRO RODRÍGUEZ

15 de septiembre de 2005



# Índice general

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Introducción</b>   | <b>5</b>  |
| <b>2. Generación de distribuciones metaméricas</b>   | <b>9</b>  |
| 2.1. Método de generación mediante la técnica del simplex . . . . .  | 10        |
| 2.2. Técnicas de suavizado aplicadas a la generación de distribuciones . . . . .                                   | 14        |
| <b>3. Percepción absoluta del color para campos de dos grados</b>  | <b>19</b> |
| 3.1. Variabilidad de los valores triestímulo . . . . .   | 19        |
| 3.1.1. Análisis estadístico de los valores triestímulo $X_{i,j}^{k,l}$ . . . . .                                   | 20        |
| 3.1.2. Análisis comparado de la variabilidad . . . . .   | 24        |
| 3.2. Metamerismo respecto al observador CIE31 . . . . .  | 27        |
| 3.2.1. Representación en coordenadas cromáticas . . . . .  | 29        |
| 3.2.2. Espacio CIELAB . . . . .  | 32        |
| <b>4. Ausencia de correspondencia entre los espacios de representación de color (CF y JAM)</b>                     | <b>35</b> |
| <b>5. Influencia de las funciones de igualación de color en la percepción de las pequeñas diferencias de color</b> | <b>41</b> |
| 5.1. Evaluación de las diferencias de color entre pares metaméricos . . . . .                                      | 43        |
| 5.2. Variabilidad inter-observadores en la percepción de las pequeñas diferencias de color . . . . .               | 46        |
| <b>6. Percepción de los umbrales de luminancia</b>   | <b>55</b> |
| 6.1. Evaluación de la Fracción de Weber . . . . .  | 55        |
| 6.2. Variabilidad inter-observadores en la determinación de los umbrales de luminancia . . . . .                   | 56        |
| <b>7. Comparación global de las funciones de igualación de color de diferentes observadores</b>                    | <b>67</b> |
| 7.1. Sistemas de representación de color optimizados . . . . .   | 68        |
| 7.2. Variabilidad entre las matrices características en los SRC $\mathcal{R}^k$ y $\mathcal{R}^{k-st}$ . . . . .   | 72        |
| 7.3. Variabilidad entre las normas en los SRC $\mathcal{R}^k$ y $\mathcal{R}^{k-st}$ . . . . .                     | 74        |
| 7.4. Variabilidad entre los parámetros VAF en los SRC $\mathcal{R}^k$ y $\mathcal{R}^{k-st}$ . . . . .             | 75        |
| 7.5. Variabilidad entre valores triestímulo en los SRC $\mathcal{R}^k$ y $\mathcal{R}^{k-st}$ . . . . .            | 77        |
| 7.6. Influencia de la base en los cálculos de la variabilidad entre funciones de igualación de color . . . . .     | 80        |
| <b>8. Conclusiones</b>   | <b>83</b> |
| <b>A. Variabilidad en la percepción de los estímulos</b>   | <b>85</b> |



|  |     |
|--|-----|
| B. Tablas de las diferencias absolutas y porcentuales en valores triestímulo para los distintos observadores respecto a <i>CIE1931</i> | 93  |
| C. Tablas de las diferencias absolutas entre todos lo observadores   | 99  |
| Bibliografía   | 103 |

## FÉ DE ERRATAS

- Página 19, Ec. (3.2), donde dice " $C_{XYZ31}^{G94}$ " debería decir " $G94$ ".
- Página 27, Sección 3.2, párrafo primero, donde dice "...y vos a..." debería decir "...y VOS a...".
- Página 27, Sección 3.2, párrafo tercero, donde dice "...el comportamiento colorimétrico de dos observadores respecto..." debería decir "...el comportamiento colorimétrico de diferentes observadores respecto...".
- Página 31, Tabla 3.5, donde dice "Orden" debería decir "Orden".
- Página 33, Tabla 3.8, donde dice "Orden" debería decir "Orden".
- Página 35, párrafo primero, donde dice "En este Capítulo se va cuantificar..." debería decir "En este Capítulo se va a cuantificar...".
- Página 47, Fig. (5.1), en el eje de abcisas debería de poner "x" y en el eje de ordenadas "y".
- Página 52, Tabla 5.10, donde dice "Observer" debería decir "Observador".
- Página 52, Tabla 5.10, donde dice "Order" debería decir "Orden".
- Página 56, punto 3, donde dice " $(x_0^{st,m}, y_0^{st,m}, X_0^{st,m})$ , y  $(x_0^{st,m}, y_0^{st,m}, X_0^{st,m})$ " debería decir " $(x_0^{st,m}, y_0^{st,m}, X_u^{st,m})$ , y  $(x_0^{st,m}, y_0^{st,m}, X_d^{st,m})$ ".
- Página 56, punto 5, donde dice " $(WF^{k,m} = (X_{2,u}^{k,m} - X_{2,d}^{k,m})/Y_0^{k,m})$ " debería decir " $(WF^{k,m} = (X_{2,u}^{k,m} - X_{2,d}^{k,m})/X_{2,0}^{k,m})$ ".
- Página 56, Sección 6.2, donde dice "... a los diez observadores de Stiles-Burch [TRE87]." debería decir "... a los diez observadores de Stiles-Burch [TRE87], además del observador utilizado en las Refs. [BRO49, BRO51], denotado como WRJB".
- Página 58, Tabla 6.2, donde dice "CIE31" debería decir "WRJB".
- Página 58, Tabla 6.2, donde dice " $\overline{WF}^l$ " debería decir " $\overline{WF}^k$ ".
- Página 58, Tabla 6.2, donde dice " $\sigma^l$ " debería decir " $\sigma^k$ ".
- Página 63, donde dice "...por ejemplo el centro de color 8, con..." debería decir "...por ejemplo el centro de color 7, con...".
- Página 63, donde dice "Sin embargo esto no sucede para los centros de color con alto nivel de luminancia, por..." debería decir "Sin embargo esto no sucede para otros centros de color con bajo nivel de luminancia, por...".
- Página 63, hay que incorporar la siguiente Tabla:

|   |   |   |   |   |   |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---|---|---|---|---|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 19a | 19a | 19a | 19a | 31a | 31a | 31a | 31a | 34a | 34a | 34a | 34a | 34a | 34a | 34a |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20  |     |

Tabla 6.4bis. La tabla muestra la correspondencia entre el número del centro de color en concordancia con la notación de la Ref. [BRO51] (fila primera) y el número del centro de color empleado en esta memoria (fila segunda).

- Página 64, en el pie de la Tabla 6.5, donde dice "La primera columna muestra el número del centro de color (CC) en concordancia con la notación de la Ref. [BRO51]." debería decir "La primera columna muestra el número del centro de color (CC) cuya correspondencia con la notación de la Ref. [BRO51] es la mostrada en la Tabla 6.4bis".
- Página 65, en el pie de la Tabla 6.6, donde dice "La primera columna proporciona el número del centro de color en concordancia con la notación de la Ref. [BRO51]." debería decir "La primera columna muestra el número del centro de color (CC) cuya correspondencia con la notación de la Ref. [BRO51] es la mostrada en la Tabla 6.4bis".
- Página 65, Tabla 6.6, donde dice "CIE31" debería decir "WRJB".
- Página 83, párrafo segundo, donde dice "...carácter pseudo-aleatorio..." debería decir "...carácter pseudo-aleatorio...".
- Página 84, párrafo segundo, donde dice "...funciones de mezcla..." debería decir "...funciones de igualación de color...".
- Página 84, párrafo tercero, donde dice "...medios, funciones..." debería decir "...medios, las funciones...".
- Página 84, párrafo tercero, donde dice "...independientes de funciones de igualación de color." debería decir "...independientes de las funciones de igualación de color.".

# Capítulo 1

## Introducción

Dentro del proceso de la visión, el ámbito de la percepción de color es una parte fundamental. El intervalo espectral de la radiación luminosa que interviene en el proceso visual permite que podamos distinguir objetos no sólo por su forma o textura sino también por el color que proporciona la parte de la radiación luminosa que reflejan (o en su lugar transmiten). El color percibido se define como el aspecto de la percepción visual mediante el cual un observador puede distinguir entre dos campos del mismo tamaño, forma y textura basándose en las diferencias en la composición espectral de las radiaciones relacionadas con la observación [CIE 1970].

En nuestro entorno se nos ofrecen estímulos de color continuamente. Una problemática cotidiana es garantizar que un estímulo luminoso produzca la misma o similar percepción de color a la mayor cantidad de observadores posible. Por ello la comparación entre la percepción colorimétrica de diferentes observadores es un tema importante en la ciencia del color. Si se pudiera cuantificar con precisión las diferencias de color percibidas, sería plausible garantizar la reproducción colorimétrica en diferentes ámbitos. En particular en el ámbito industrial, se podrían garantizar reproducciones de color en copiadoras, reproducciones y pinturas. Así pues, no hay duda del interés en obtener una medida cuantitativa precisa en las diferencias en la percepción de color entre diferentes observadores o instrumentos. Con esta finalidad, entre otras, se desarrollaron los llamados observador patrón 2° (CIE1931) y el observador patrón 10° (CIE1964) [CIE86], modelos que pretenden representar la percepción colorimétrica de un observador para diferentes campos visuales. Pero estos modelos teóricos distan bastante de conseguirlo, de hecho se han realizado numerosos estudios para verificar la fiabilidad de los “Observadores Patrón” tanto del CIE1931 [JUD49, HIT86, NOR93, JIM94, MEL94] como del CIE1964 [STI62, VIE77, VIE80].

Usualmente la comparación entre la percepción colorimétrica de dos observadores se puede realizar mediante un análisis de carácter global, basado en el estudio de la similitud entre sus funciones de igualación de color, [NAY83, POZ97, PER99], que son funciones medidas experimentalmente y que cuantifican la respuesta colorimétrica de cada observador ante un estímulo luminoso, o bien, mediante un análisis de carácter local, midiendo las diferencias producidas en los valores triestímulo obtenidos para cada observador cuando se les presenta un conjunto de estímulos [MEL94, MARth, MAR96], como es el caso de los cinco centros de color recomendados por la CIE [ROB78].

Para un conjunto de estímulos físicos dados, los diferentes observadores perciben diferentes sensaciones de color, hecho que procede de la variabilidad en las propias funciones de igualación de color. Dicha variabilidad se ha puesto de manifiesto en diferentes trabajos [HIT77, VIE80, HIT86, NOR93, MEL94, JIM94, MAR96, MAR97, ALF97, PER99]. Los autores de estos trabajos atribuyen dicha variabilidad a diferentes causas, unos la atribuyen a causas de carácter fisiológico [VIE80, JIM94], otros a fallos en

la aditividad colorimétrica [HIT86] e incluso otros a imprecisión en los métodos de igualación de color [JIM94].

Para analizar con más detalle el problema de la variabilidad entre observadores cuando estos son comparados, se han propuesto en la literatura diferentes alternativas: en 1969 Wyszecki define el término “grado de metamerismo”, Allen propone un índice de observador metamérico [ALL70], Vos en 1978 propone un observador modificado del CIE1931 [VOS78], se define el observador “SDO” [NIM62, NAY83, TAK85, OHT85], Hita *et al.* proponen trabajar con un único sistema de primarios y con el mismo dispositivo experimental [HIT77].

La influencia de la variabilidad de las funciones de igualación de color en la percepción absoluta de colores ha sido reflejada en varios trabajos [MEL94, ZOI99, EZQ01, EZQ03]. Por otra parte, las regiones geométricas de igual diferencia de color han sido ampliamente investigadas desde que MacAdam adoptó la elipse como figura geométrica para representar el umbral de diferencias del cromaticidad [MAC42, SIL45]. En investigaciones subsecuentes los umbrales se consideraron elipsoides cuando se llevan a cabo igualaciones de color considerando modificaciones simultáneas de cromaticidad y luminancia en los experimentos [BRO49, BRO52, BRO56]. A partir de estos trabajos pioneros en este campo de investigación se ha desarrollado una intensa actividad [BRO57, WYS71, RIC75, HIT79, WIT83, CHE86, WIT87, ALF97, VIN98, CAR99, MEL99].

Se puede decir que hay dos factores que están interviniendo en esta variabilidad, uno debido a las diferencias intrínsecas entre los mecanismos de visión de color, y otro debido a la variabilidad entre los diferentes conjuntos de funciones de igualación de color, tal y como menciona Zoido [ZOI00]. En trabajos previos [ZOIth, WOL99], se concluye que las diferencias entre observadores asociadas a la variabilidad entre los conjuntos de funciones de igualación de color son minimizadas cuando los datos están referidos al Sistema de Representación de Color (SRC) optimizado.

En este trabajo hemos planteado diferentes procedimientos para evaluar la variabilidad en la percepción colorimétrica de diferentes observadores, además de realizar un análisis minucioso de algunos factores que influyen en dicha variabilidad como es el caso de los umbrales de luminancia.

En el Capítulo 2 hemos mejorado un método que genera distribuciones realistas de potencia espectral radiante metaméricas. Este método resuelve los problemas de generación que existían para purezas elevadas y cualquier luminancia. Dichas distribuciones serán utilizadas posteriormente para comparar el comportamiento de diferentes observadores en lo concerniente a la percepción colorimétrica.

En el Capítulo 3 hemos analizado un conjunto de observadores desde el punto de vista de la percepción absoluta del color para campos de 2°. Hemos realizado un detallado análisis estadístico para cada centro de color y para cada observador de los valores triestímulo proporcionados por estímulos de color metaméricos. Se ha estimado la variabilidad del comportamiento colorimétrico entre los diferentes observadores considerados mediante el análisis de las diferencias en la percepción del conjunto de estímulos de referencia.

En el Capítulo 4 hemos estudiado la ausencia de reciprocidad entre los espacios de representación de color de los observadores CF y JAM. Este estudio se ha basado en el análisis de la similitud en la percepción de color entre ambos observadores para los cinco centros de color recomendados por la CIE [ROB78] utilizando los umbrales colorimétricos correspondientes a los citados observadores.

En el Capítulo 5 evaluamos la reciprocidad entre el comportamiento colorimétrico de dos observadores reales. Demostramos que la variabilidad de las funciones de igualación de color no sólo influyen en la percepción absoluta de estímulos físicos, sino también en la evaluación de pequeñas diferencias de color. Finalmente, utilizaremos un descriptor estadístico en la evaluación de las pequeñas diferencias de color para explorar el grado de similitud entre un conjunto de observadores y un observador de referencia.

En el Capítulo 6 estudiamos cómo las funciones de igualación de color afectan a la habilidad promedio de varios observadores al evaluar los umbrales de luminancia y la influencia del nivel de luminancia en

dichos umbrales.

En el Capítulo 7 realizamos un estudio comparativo entre diferentes métodos destinados a evaluar el comportamiento colorimétrico de un conjunto de observadores. Estos métodos de carácter global se centran en el análisis de las funciones de igualación de color de los observadores. Este estudio se completa con una valoración de la influencia de los sistemas de representación de cada observador en la percepción de color.

En el último Capítulo presentamos las conclusiones de este trabajo.



## Capítulo 2

# Generación de distribuciones metaméricas

La percepción de un estímulo de color se especifica por medio de los valores triestímulo  $(X_1, X_2, X_3)$ , que se definen de la siguiente forma:

$$X_i = K \int_{\lambda} E(\lambda) \gamma(\lambda) \hat{x}_i(\lambda) d\lambda, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2.1)$$

siendo  $E(\lambda)$  la distribución espectral de potencia radiante del iluminante,  $\gamma(\lambda)$  la reflectancia o transmitancia del objeto iluminado, que debe cumplir el siguiente requisito

$$0 \leq \gamma(\lambda) \leq 1 \quad (2.2)$$

y  $\hat{x}_i(\lambda)$  representa el valor triestímulo  $i$ -ésimo del estímulo monocromático de longitud de onda  $\lambda$ . Estas funciones,  $\hat{x}_i(\lambda)$ , son las que habitualmente denominamos funciones de igualación de color que caracterizan colorimétricamente al observador.  $K$  es una constante de normalización, que vale

$$K = \frac{100}{\int_{\lambda} E(\lambda) \hat{x}_2(\lambda) d\lambda} \quad (2.3)$$

y puede ser elegida arbitrariamente, ahora bien para el caso de CIE31 en el que  $\hat{x}_2(\lambda)$  corresponde a la curva de eficacia luminosa, el valor de  $K$  resulta ser de 683 lm/W [CIE86].

Dos estímulos de color 1 y 2 son metaméricos cuando sus valores triestímulo son iguales, esto es

$$X_i^1 = X_i^2, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2.4)$$

observando la definición de valores triestímulo, Ec. (2.1), es fácil deducir que se pueden conseguir colores metaméricos mediante cambios de iluminante  $E(\lambda)$ , cambiando las propiedades del objeto  $\gamma(\lambda)$ , o el observador  $\hat{x}_i(\lambda)$ .

Agrupamos en una única variable la característica correspondiente al objeto y al iluminante llamándola  $\rho(\lambda)$ , es decir,

$$\rho(\lambda) = E(\lambda) \gamma(\lambda). \quad (2.5)$$

De aquí en adelante nos referiremos a  $\rho(\lambda)$  como Distribucion Espectral de potencia Radiante. En consecuencia la Ec. (2.1) quedaría

$$X_i = K \int_{\lambda} \rho(\lambda) \hat{x}_i(\lambda) d\lambda, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2.6)$$

Así dos Distribuciones Espectrales de potencia Radiante diferentes  $\rho^1(\lambda)$ ,  $\rho^2(\lambda)$  son metaméricas respecto a un conjunto considerado de funciones de mezcla [WYS82] cuando proporciona valores triestímulo idénticos y en consecuencia se cumple que

$$\int_{\lambda} \rho^1(\lambda) \hat{x}_i(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda} \rho^2(\lambda) \hat{x}_i(\lambda) d\lambda, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2.7)$$

El metamerismo es debido a la trivarianza visual, y al hecho de que nuestro sistema visual no puede discriminar las longitudes de onda de una distribución de energía que produce el estímulo. Es un concepto importante en colorimetría, tanto en el ámbito de la reproducción de colores, como para el análisis comparativo entre los diferentes sistemas de reproducción y observación.

Basándonos en la Ec. (2.6) trabajaremos con modelos teóricos de generación por ordenador de distribuciones  $\rho(\lambda)$  que produzcan estímulos de color metaméricos. En cualquier caso, no sería complicado separar la aportación de  $\gamma(\lambda)$ , Ec. (2.5), la cual es una medida experimental.

Se han propuesto en la literatura diferentes métodos para la generación de distribuciones metaméricas, métodos variaciones con la obtención de los llamados negros metaméricos [TAK72] o mediante optimizaciones no lineales [OHT75, WOR88]. Estas técnicas presentan inconvenientes, tales como la dificultad de obtención de dichas distribuciones para purezas de excitación altas y para valores extremos de luminancia [OHT75]. Además, para casos particulares de objetos por reflexión [OHT82], algunos de estos métodos no garantizan que se satisfaga para la reflectancia la condición dada en la Ec. (2.2) [WYS58].

En muchos casos las distribuciones tienen formas poco suaves para intervalos de muestreo  $\Delta\lambda$  bajos ( $\Delta\lambda < 10$  nm) [TAK72], tomando en algunos casos valores nulos y no nulos, alternativamente, obteniendo unas funciones del tipo diente de sierra con picos desiguales [ZOI95]. Este tipo de funciones son poco realistas, es decir, que habitualmente no se producen por fuentes de radiación reales.

Una técnica habitual para la generación de distribuciones metaméricas se basa en la obtención de negros metaméricos, cuyas distribuciones dan valores triestímulo nulos [WOR88]. El método desarrollado en la Ref. [ZOI95] resuelve los problemas de generación de distribuciones espectrales de potencia radiante metaméricas respecto a un observador para purezas elevadas y cualquier luminancia y asegura la condición dada en la Ec. (2.2), para la reflectancia en el caso de objetos por reflexión. Utilizaremos este método como punto de partida para la generación de distribuciones metaméricas.

## 2.1. Método de generación mediante la técnica del símplex

El método mencionado en el apartado anterior [ZOI95] proporciona distribuciones del tipo de diente de sierra y, por lo tanto, poco suaves. Además, si se generan con un  $\Delta\lambda = 1$  nm aparecen funciones altamente discontinuas. Este método se basa en lo siguiente:



1. Plantea el sistema de Ecs. (2.6) de forma discreta, por lo que nos quedarían:

$$X_i = \sum_{j=1}^p \rho(\lambda_j) \hat{x}_i(\lambda_j) \Delta\lambda, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2.8)$$

donde el índice  $j$  corre desde 1 hasta  $p$ , y este va a depender del número de longitudes de onda en las que se divide el intervalo de muestreo  $(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$ .

2. Por otro lado al haber considerado la función  $\rho(\lambda)$ , la inecuación (2.2) se puede expresar como  $0 \leq \rho(\lambda_j) \leq V(\lambda_j)$ , o lo que es lo mismo, de forma discreta  $0 \leq \rho_j \leq V_j$ , donde  $V_j$  es positiva  $\forall j$ , la cual puede seleccionarse de acuerdo con las características del problema que deseamos resolver, y que a partir de ahora llamaremos cota. Además, el método convierte estas inecuaciones en ecuaciones introduciéndoles una variable de holgura  $y$ , por lo tanto, quedando de la forma siguiente:

$$V_j = \rho_j + \rho_{p+j}, \quad j = 1 \dots p. \quad (2.9)$$

3. Se propone una función objetivo lineal  $z = c_1\rho_1 + c_2\rho_2 + \dots + c_i\rho_i$ , donde  $c_i \neq 0$  para  $i = 1 \dots p$  y  $c_i = 0$  para  $i = p+1, 2p$ , esta función es maximizada mediante el algoritmo del simplex, siendo el subíndice  $p$  el número de longitudes de onda en las que se muestrea  $\rho(\lambda_j)$ , y  $c_j$  los coeficientes o pesos de cada uno de los términos  $\rho_1, \rho_2 \dots \rho_p$ , que constituyen la función de distribución  $\rho_j = \rho(\lambda_j)$ , para  $j = 1 \dots p$ .
4. Basándose en criterios energéticos, puede demostrarse que las distribuciones  $\rho(\lambda_j)$  tienen que estar acotadas entre un valor 0 y un valor máximo  $V_{max}$  [ZOI95], que satisfaga la condición

$$V_{max} \geq \frac{\sum_{i=1}^3 X_i}{K \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^p \hat{x}_i(\lambda_j) \Delta\lambda}. \quad (2.10)$$

En este trabajo hemos tomado para  $K$  el valor unidad, y por lo tanto  $\rho(\lambda_j)$  vendrá expresada en unidades arbitrarias.

Para resolver el sistema de ecuaciones formado por las Ecs. (2.8), (2.9) y la restricción (2.10) y así obtener los valores de  $\rho_j$ , hay que proporcionar al algoritmo del simplex los coeficientes  $c_j$  para  $j = 1 \dots p$  para los que se consideran cuatro posibles criterios:

- Que valgan uno en todo el espectro visible.
- Que valgan uno en el entorno  $\sigma$  de una longitud de onda determinada (normalmente la longitud de onda dominante).
- Que valgan en todo el espectro considerado

$$c_j = \left( \frac{m}{683} - \hat{x}_{2j} \right) \Delta\lambda, \quad j = 1, 2 \dots p. \quad (2.11)$$

donde  $m$  es la eficacia luminosa máxima posible (lm/W) del estímulo de color considerado [MAC50], y  $\hat{x}_{2j} = \hat{x}_2(\lambda_j)$ .

- Que en el entorno  $\sigma$  de una longitud de onda determinada

$$c_j = \left( \frac{m}{683} - \hat{x}_{2j} \right) \Delta\lambda, \quad j = 1, 2 \dots p. \quad (2.12)$$

Además se establece que las cotas, o sea los valores de  $V_j$ , se generan verificando una de las siguientes opciones:

- Que sean cotas gaussianas centradas en la longitud de onda dominante con una anchura de  $\sigma_c$ .

$$V_j = V_{max} e^{\frac{-(\lambda_j - \lambda_d)^2}{2\sigma_c^2}} \quad j = 1, 2 \dots p. \quad (2.13)$$

- Que las cotas sean constantes, o sea  $V_j = V_{max}$ .
- Que las cotas sean generadas aleatoriamente.

Hasta aquí y con estas consideraciones, el método consigue generar distribuciones metaméricas, pero si nos fijamos, por ejemplo, en el centro de color acromático las distribuciones que se obtienen son como la que se muestra en la Fig. 2.1.

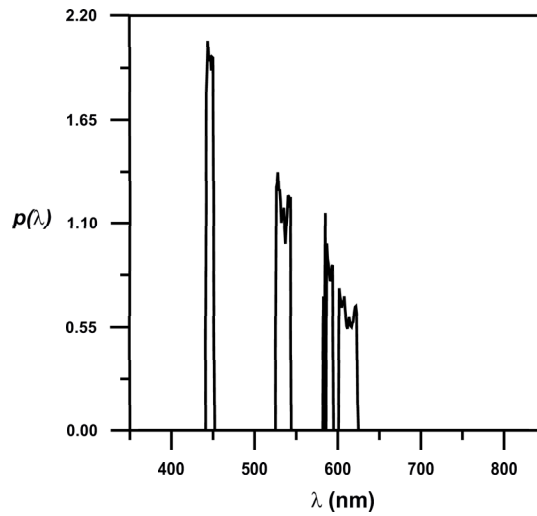


Figura 2.1: Distribución espectral de potencia radiante metamérica respecto al observador CIE 1931 generada para el estímulo equienergético,  $X_1 = 33,3333$ ,  $X_2 = 33,3333$ ,  $X_3 = 33,3334$

Observando esta distribución es factible pensar que no es lo que estamos buscando, ya que es bastante difícil, por no decir imposible, el poder encontrar en la naturaleza una fuente de radiación como esta y que además genere un estímulo acromático. Como consecuencia, tenemos dos problemas a solucionar:

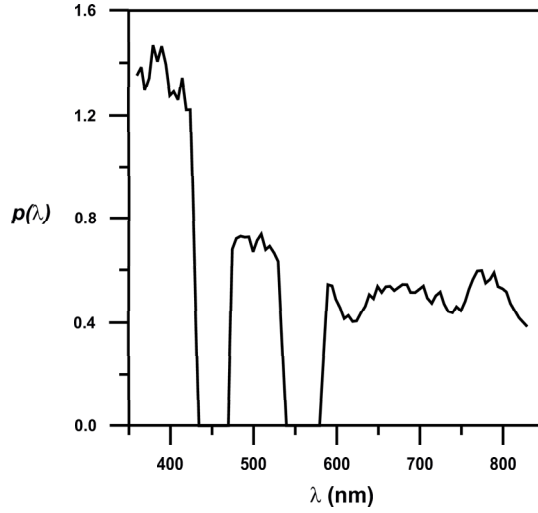


Figura 2.2: Distribución espectral de potencia radiante metamérica respecto al observador CIE 1931 generada para el estímulo equienergético con  $X_1 = 33,3333$ ,  $X_2 = 33,3333$ ,  $X_3 = 33,3334$  y  $\Delta\lambda = 5$  nm. La función objetivo a maximizar ha sido la eficacia luminosa en todo el espectro visible Ec. (2.11), para  $m = 350$ .

- Ausencia de emisión en todo el espectro visible.
- Alta irregularidad de las distribuciones generadas.

Para optimizar el sistema de generación de metámeros, los cambios introducidos en el método propuesto en la Ref. [ZOI95] fueron los siguientes:

1. Observando la incorporación de datos en la rutina del *simplex*, detectamos que no era necesario transformar las inecuaciones

$$V_j \geq \rho_j \quad j = 1, 2 \dots p \quad (2.14)$$

en ecuaciones, ayudándonos de las variables de holgura  $\rho_{j+p}$  (Ec. (2.9)), y en consecuencia obligar al sistema a que  $c_{p+1}, \dots, c_{2p} = 0$ . Por lo que mantenemos las inecuaciones, ya que el algoritmo del *simplex* utilizado, en su propia estructura transforma las inecuaciones en ecuaciones y toma sus propias variables de holgura.

2. Una vez tanteadas las cuatro opciones en la elección de los coeficientes  $c_j$  anteriormente mencionadas, la que mejores resultados proporcionó era la expresada en la Ec. (2.11), maximizando la función objetivo que es la eficacia luminosa de la distribución que se pretende generar en todo el intervalo considerado  $\lambda \in [\lambda_1, \lambda_p]$ , donde  $\lambda_1 = 360$  nm y  $\lambda_p = 830$  nm. En la Fig. 2.2 se muestra una distribución obtenida con la aplicación de este criterio.
3. Con objeto de obtener diferentes distribuciones  $\rho(\lambda_j)$  se generan unas cotas  $V_j$  empleando un algoritmo de generación aleatoria que satisfaga la condición de la Ec. (2.10).

## 2.2. Técnicas de suavizado aplicadas a la generación de distribuciones

Hemos observado que el problema de la alta discontinuidad en la generación de distribuciones metaméricas se debe a que las cotas introducidas en el simplex no tienen restricción en su utilización (salvo que sean menores o iguales que 1), y el programa elige el camino más sencillo para reproducir los valores triestímulo, utilizando aquellas zonas del espectro en las que las funciones de respuesta toman valores muy apreciables, y con pocas longitudes de onda se reproducen los valores triestímulo buscados.

1. Introducimos otra restricción en el simplex, basada en un criterio de suavizado en la generación de las cotas, con objeto de que los valores puntuales de  $\rho_j$  ( $\rho(\lambda)$ ) no tomen pesos  $c_j$  demasiado dispares. El criterio introducido se basa en el suavizado de las cotas  $V_j$  mediante la limitación de su primera derivada en la forma siguiente:

$$\frac{V_{j+1} - V_j}{\Delta\lambda} \leq der, \quad j = 1, \dots, p. \quad (2.15)$$

siendo *der* un factor que nosotros suministramos y que nos sirve como elemento de control. Durante el proceso de generación de cotas empleamos un sistema aleatorio que, con la aplicación del criterio citado anteriormente, le dota de un carácter pseudo-aleatorio.

Cuando se impone la condición (2.15) durante el proceso de generación de cotas, las funciones de distribución que obtenemos son más realistas, si bien siguen presentando falta de suavidad.

2. Con objeto de obtener distribuciones más suaves se introdujo en el método del simplex una restricción adicional en la primera derivada para los valores  $\rho_j$ . Esta restricción esta dada por la ligadura:

$$|\rho_{j+1} - \rho_{j-1}| \leq \frac{V_j}{s}, \quad s > 0. \quad (2.16)$$

La derivada se calculada mediante aproximación por diferencias centrales [NAK92], donde  $s$  vuelve a ser un factor que nosotros suministramos y que nos sirve como elemento de control. Esta modificación mejora el suavizado de las funciones de distribución, pero sigue apareciendo cierto rizado en las mismas.

3. Para eliminar este rizado hemos introducido otra nueva ligadura, que consiste en aplicar un criterio de segunda derivada a las funciones de distribución  $\rho_j$ :

$$|\rho_{j+2} - 2\rho_j + \rho_{j-2}| \leq \frac{V_j}{t}, \quad t > 0, \quad (2.17)$$

donde el parámetro  $t$  es otro parámetro de control. Al igual que en el caso anterior la segunda derivada se ha calculado por el método de aproximación por diferencias centrales. La implementación de las

ligaduras (2.16) y (2.17) en el algoritmo del simplex [PRE88] se muestra en la Ec. (2.18).

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccccccccc}
 0 & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & \dots & c_{p-4} & c_{p-3} & c_{p-2} & c_{p-1} & c_p \\
 V_1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 V_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
 V_1/s & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 V_1/s & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 V_2/s & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 V_{p-1}/s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\
 V_p/s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\
 V_1/s & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 V_2/s & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 V_{p-1}/s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\
 V_p/s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\
 V_3/s & -1 & 0 & 2 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 V_{p-2}/s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\
 V_3/s & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 V_{p-2}/s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\
 X'_1 & -x_{11} & -x_{12} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -x_{1p} \\
 X'_2 & -x_{21} & -x_{22} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -x_{2p} \\
 X'_3 & -x_{31} & -x_{32} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -x_{3p}
 \end{array}
 \end{array}
 \quad , \quad (2.18)$$

La primera fila representa los coeficientes  $c_j$  de la función objetivo, las filas 2, ...,  $(p+1)$  representan la restricción en las distribuciones  $\rho_j$ ,  $j = 1 \dots p$ , basadas en criterios energéticos (2.14), las filas  $(p+2)$ , ...,  $(3p+1)$  representan la ligadura (2.16), las filas  $(3p+2)$ , ...,  $(5p-7)$  representan la ligadura (2.17), siendo  $p$  el número de longitudes de onda en las que se muestrea  $\rho_j$ , y las tres últimas filas representan la condición de reproducción de los valores triestímulo, donde  $x_{ij} = \hat{x}_i(\lambda_j)$  y  $X'_i = \frac{X_i}{\Delta\lambda}$  para  $i = 1, 2, 3$ .

Con los criterios de suavidad descritos se consiguen generar distribuciones espectrales de potencia radiante suaves, para estímulos de color de cualquier pureza y luminancia, independientemente del intervalo de muestreo  $\Delta\lambda$  considerado. Como consecuencia de aplicar los criterios de generación y suavizado hasta aquí expuestos obteníamos distribuciones, las cuales tomaban mucho valor en los extremos del intervalo de longitudes de onda considerado, donde las funciones de igualación de color de los observadores tienen menos valor, como se muestra en las Figs. 2.3A y 2.3B.

4. Para controlar que las distribuciones no tomen tantos valores en los extremos del intervalo, consideramos una nueva opción que se basa en maximizar la eficacia luminosa sólo en los intervalos  $[\lambda_1, \lambda_0 - \sigma]$  y  $[\lambda_0 + \sigma, \lambda_p]$  donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda en torno a la que queremos forzar la generación de las distribuciones, los coeficientes  $c_j$  considerados son

$$c_j = \left( \frac{m}{683} - \hat{x}_{2j} \right) \Delta\lambda, \quad j = 1, \dots, (\lambda_0 - \sigma), \quad (2.19)$$

$$c_j = -\Delta\lambda, \quad j = (\lambda_0 + \sigma), \dots, (\lambda_0 + \sigma), \quad (2.20)$$

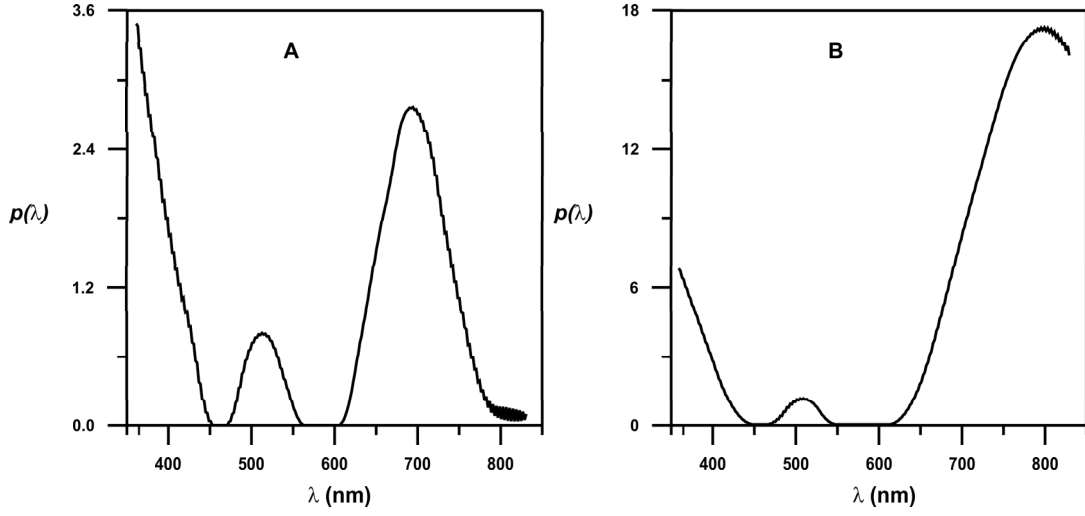


Figura 2.3: Distribuciones espectrales de potencia radiante metaméricas respecto al observador CIE 1931 generadas para el estímulo equienergético,  $X_1 = 33,3333$ ,  $X_2 = 33,3333$ ,  $X_3 = 33,3334$ , para  $\Delta\lambda = 1$  nm en el caso A y  $\Delta\lambda = 2$  nm en el caso B. La función objetivo a maximizar ha sido la eficacia luminosa en todo el espectro visible Ec. (2.11), para  $m = 350$ .

$$c_j = \left( \frac{m}{683} - \hat{x}_{2j} \right) \Delta\lambda, \quad j = (\lambda_0 + \sigma), \dots, p. \quad (2.21)$$

La aplicación de este criterio nos proporciona mejores resultados al maximizar la función objetivo en torno a la longitud de onda dominante  $\lambda_0 = \lambda_d$  del estímulo de color considerado [MAC50], siempre y cuando elegimos un valor adecuado del parámetro  $\sigma$ . Lo que se traduce en que las distribuciones espectrales de potencia radiante toman más valores distintos de cero en el intervalo de longitudes de onda correspondiente al espectro visible, como se puede apreciar en la Fig. 2.4.

En todos los ejemplos mostrados en este capítulo, el intervalo de muestreo ha sido  $\Delta\lambda = 2$  nm. Tres ejemplos de estas distribuciones se muestran en las (Figs. 2.5A, 2.5B y 2.6A) que corresponden, respectivamente, a tres estímulos de color de diferentes cromaticidades.

Cuando consideramos estímulos de color púrpura, trabajamos con la longitud de onda complementaria  $\lambda_c$  [MAC85]. En este caso los coeficientes  $c_j$  de la función objetivo son

$$c_j = -\Delta\lambda, \quad j = 1, \dots, (\lambda_0 - \sigma), \quad (2.22)$$

$$c_j = \left( \frac{m}{683} - \hat{x}_{2j} \right) \Delta\lambda, \quad j = (\lambda_0 - \sigma), \dots, (\lambda_0 + \sigma), \quad (2.23)$$

$$c_j = -\Delta\lambda, \quad j = (\lambda_0 + \sigma), \dots, p, \quad (2.24)$$

la longitud de onda  $\lambda_0$  es en este caso la longitud de onda complementaria  $\lambda_c$ . Un ejemplo de función distribución para un estímulo de color púrpura se muestra en la Fig. 2.6B.

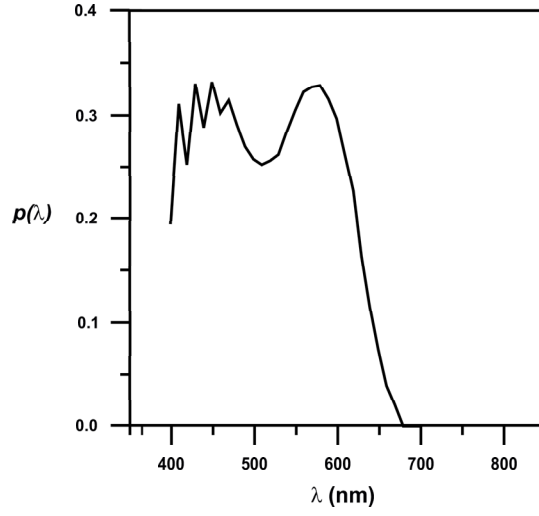


Figura 2.4: Distribución espectral de potencia radiante metamérica respecto al observador CIE 1931 generada para el estímulo equienergético con  $X_1 = 33,3333$ ,  $X_2 = 33,3333$ ,  $X_3 = 33,3334$

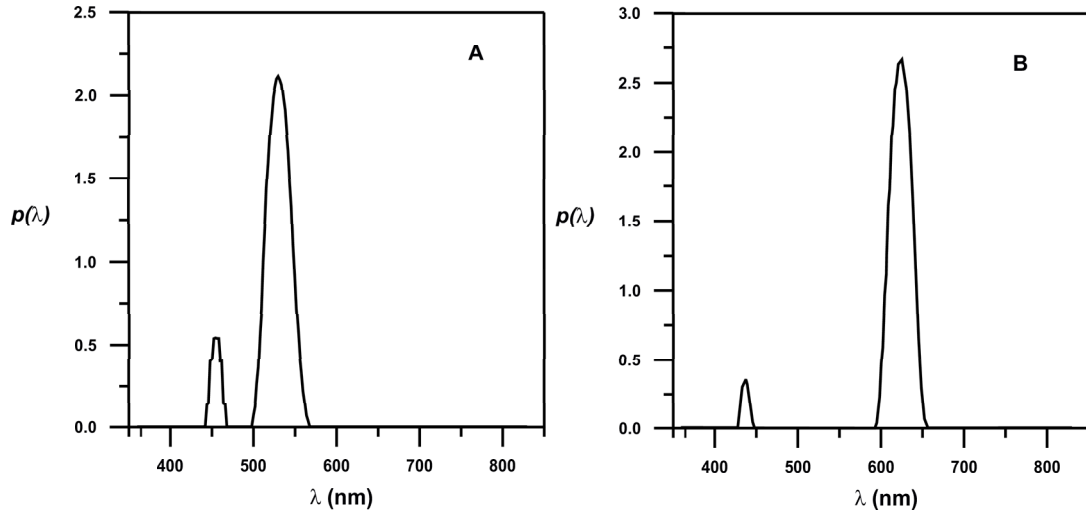


Figura 2.5: Distribuciones espectrales de potencia radiante generadas para dos estímulos, en (A) con longitud de onda dominante 520 nm,  $X_1 = 7,43$ ,  $X_2 = 83,38$ ,  $X_3 = 9,19$  y pureza 0.6, utilizando como función objetivo a maximizar en torno a dicha longitud de onda Ecs. (2.19), (2.20), (2.21), los parámetros introducidos son:  $m = 450$ ,  $s = 50$ ,  $t = 300$  y  $\sigma = 325$  nm, y en (B) con longitud de onda dominante 650 nm,  $X_1 = 72,599$ ,  $X_2 = 27,401$ ,  $X_3 = 0$  y pureza 0.8, utilizando como función objetivo a maximizar en torno a dicha longitud de onda Ecs. (2.19), (2.20), (2.21), los parámetros introducidos son:  $m = 50$ ,  $s = 50$ ,  $t = 300$  y  $\sigma = 302$  nm.

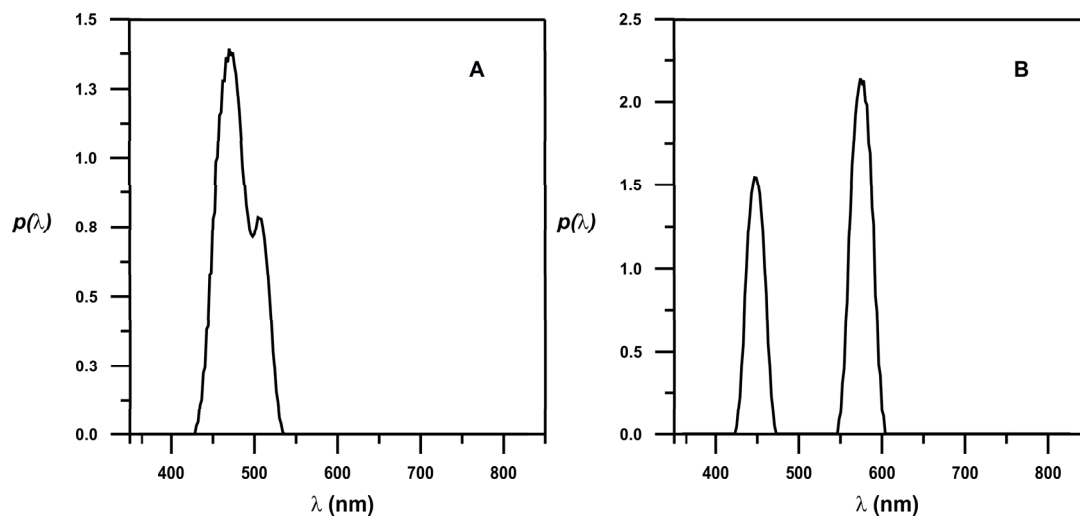


Figura 2.6: (A): distribución espectral de potencia radiante generada para un estímulo de pureza 0.9, con una longitud de onda dominante de 480 nm,  $X_1 = 9,199$ ,  $X_2 = 13,27$ ,  $X_3 = 77,601$  y utilizando como función objetivo a maximizar en torno a dicha longitud de onda Ecs. (2.19), (2.20), (2.21), los parámetros introducidos son:  $m = 100$ ,  $s = 50$ ,  $t = 300$  y  $\sigma = 361$  nm. (B): distribución espectral de potencia radiante generada para un estímulo con longitud de onda complementaria de 520 nm,  $X_1 = 70,116$ ,  $X_2 = 60$ ,  $X_3 = 69,884$  y utilizando como función objetivo a maximizar en torno a dicha longitud de onda Ecs. (2.22), (2.23), (2.24) los parámetros introducidos son:  $m = 400$ ,  $s = 100$ ,  $t = 600$  y  $\sigma = 100$  nm.

Las funciones de distribución espectral de potencia radiante metaméricas respecto al observador *CIE31* reproducen los valores triestímulo mencionados para dicho observador. Estas fueron obtenidas por nosotros en el trabajo [EZQ97], como consecuencia de implementar los criterios de suavizado durante el proceso de generación de cotas en el algoritmo del simplex y son considerablemente más suaves que aquellas que se generan cuando no se aplican estos criterios. En este sentido estas distribuciones presentan mayor semejanza con aquellas que habitualmente se producen por fuentes de radiación convencionales.

La técnica de generación de distribuciones espectrales de potencia radiante metaméricas propuesta en este trabajo puede emplearse en diferentes aplicaciones. Debido al carácter pseudo-aleatorio de generación de cotas, nos permite obtener un número elevado de distribuciones metaméricas, lo cual puede utilizarse para el diseño y chequeo de las respuestas espectrales de diferentes dispositivos digitales de medida de color como escáner [JUD49], filtros de cámaras CCD [NOR93] así como la evaluación de diferentes modelos de visión [HIT86].



## Capítulo 3

# Percepción absoluta del color para campos de dos grados

### 3.1. Variabilidad de los valores triestímulo

Este Capítulo tiene como finalidad analizar la variabilidad de un conjunto de observadores para campos visuales pequeños,  $2^\circ$ , para ello hemos considerado los siguientes conjuntos de funciones de igualación de color:

- El observador patrón CIE1931.
- 10 observadores proporcionados por Stiles-Burch [TRE87] nombrados como  $SB_k$ , donde  $k$  va desde 1 hasta 10, y el observador promedio de estos, que en adelante llamaremos observador medio  $SBM$ .
- El observador patrón CIE1931 modificado por VOS [VOS78].
- Los observadores MM, JAM y CF [MARth, MAR03a, MAR03b].

Algunos de estos conjuntos de funciones toman valores negativos cuando son expresados a partir del conjunto de estímulos primarios correspondientes a CIE1931. Para trabajar en un sistema en que todos los valores triestímulo tomen valores positivos, como en el CIE1931, hemos transformado todas las funciones a un nuevo sistema de representación propuesto en las Refs. [MARth, MAR96], al que nos referiremos como G94 (Granada 1994). Utilizando este sistema de representación todos los conjuntos de funciones de igualación de color  $\hat{x}_i'^k(\lambda)$ , donde  $k$ , que representa al  $k$ -ésimo observador, va de 1 a  $Q$  e  $i$  de 1 a 3, anteriormente mencionadas toman valores positivos. La transformación que proporciona las nuevas funciones de igualación de color es la siguiente:

$$\hat{x}_i^k = G94 \hat{x}_i'^k, \quad (3.1)$$

siendo

$$C_{XYZ31}^{G94} = \begin{pmatrix} 0.9980 & 0.0020 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.2270 & -0.0428 & 0.8158 \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Si consideramos un conjunto de  $R$  estímulos de color de referencia, para cada uno de ellos podemos generar un conjunto de  $S$  distribuciones de potencia radiante espectral metaméricas para un observador de referencia (Capítulo 2.1). Tomaremos como observador de referencia al Observador Standard CIE1931.

Sea  $\rho_j^l(\lambda)$  la  $j$ -ésimo distribución de potencia radiante espectral asociada al  $l$ -ésimo estímulo de referencia, donde  $l$  va de 1 hasta  $R$  y  $j$  va de 1 hasta  $S$ . Si consideramos la interacción de  $\rho_j^l(\lambda)$  con el sistema visual asociado con el observador  $k$ -ésimo, el correspondiente conjunto de valores triestímulo vendrá dado por:

$$X_{i,j}^{k,l} = K \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \rho_j^l(\lambda) \hat{x}_i^k(\lambda) d\lambda, \quad (3.3)$$

$$i = 1, 2, 3; j = 1, \dots, S; k = 1, \dots, Q; l = 1, \dots, R.$$

En el análisis siguiente hemos considerado  $Q = 16$  observadores,  $R = 5$  estímulos de color de referencia recomendados por la CIE, mostrados en la Fig. 3.1 y cuyos valores triestímulo se muestran en la Tabla 3.1, que de aquí en adelante llamaremos *centros de color* [ROB78]. Se han generado  $S = n_l$  distribuciones metaméricas para cada estímulo de referencia,  $n_l$  depende del centro de color considerado y del observador de referencia, para el caso que nos atañe es CIE31:  $n_A = 1225$ ,  $n_B = 1143$ ,  $n_C = 875$ ,  $n_D = 1224$ , y  $n_E = 700$  (este número de distribuciones es diferente debido a las dificultades de generación que presenta el método en función del estímulo de color considerado).

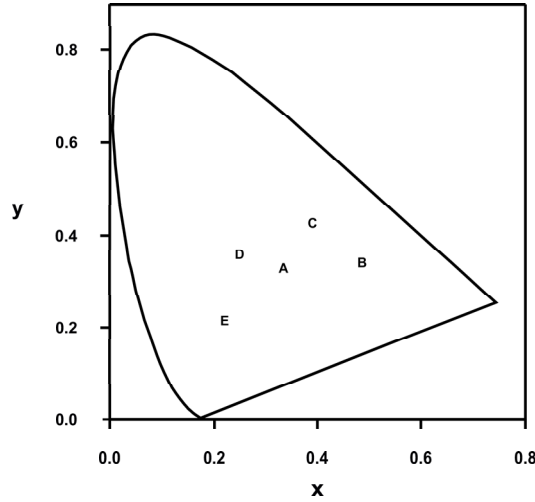


Figura 3.1: Representación en el diagrama cromático asociado al observador patrón CIE31, expresado en el espacio G94, de las coordenadas cromáticas de los estímulos de referencia recomendados por la CIE31.

### 3.1.1. Análisis estadístico de los valores triestímulo $X_{i,j}^{k,l}$

Hemos realizado un análisis estadístico para cada centro de color y para cada observador de las nubes de puntos dadas por la Ec. (3.3). De esta forma hemos calculado los valores medios, para el observador  $k$ -ésimo para el centro de color  $l$ -ésimo:

| CENTRO DE COLOR | $X'_1$ | $X'_2$ | $X'_3$  | $X_1$  | $X_2$  | $X_3$   |
|-----------------|--------|--------|---------|--------|--------|---------|
| A (acromático)  | 28,459 | 30,000 | 32,175  | 28,462 | 30,000 | 31,4246 |
| B(rojo)         | 19,954 | 14,100 | 7,174   | 19,942 | 14,100 | 9,778   |
| C(amarillo)     | 62,823 | 69,300 | 29,793  | 62,836 | 69,300 | 35,600  |
| D(verde)        | 16,442 | 24,000 | 25,856  | 16,457 | 24,000 | 23,798  |
| E(azul)         | 8,922  | 8,800  | 23,0185 | 8,922  | 8,800  | 20,427  |

Tabla 3.1: Valores triestímulo correspondientes a los centros de color recomendados por la CIE [ROB78]. Estos datos están expresados en los espacios de representación de CIE1931 (señalados con primas) y G94.

$$X_i^{k,l} = \frac{1}{n_l} \sum_{j=1}^{n_l} X_{i,j}^{k,l}, \quad (3.4)$$

las correspondientes desviaciones típicas,

$$\sigma_i^{k,l} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n_l} (X_{i,j}^{k,l} - X_i^{k,l})^2 / n_l} \quad (3.5)$$

y los coeficientes de variación

$$CV_i^{k,l} = \sigma_i^{k,l} / X_i^{k,l}. \quad (3.6)$$

Los valores triestímulo obtenidos de la Ec. (3.4) se han representado gráficamente en la Fig. 3.2 y los coeficientes de variación obtenidos de la Ec. (3.6) en la Fig. 3.3 para los 5 centros de color.

En la Fig. 3.2 se puede observar que hay un observador cuyos valores triestímulo coinciden bastante bien con el de referencia como es el caso de VOS, algo no extrañable ya que dicho observador no es otra cosa que una modificación del observador de referencia CIE31. Hay sin embargo un grupo de observadores, CF, JAM, MM, en los que los valores triestímulo  $X_2$  tienen prácticamente el mismo valor que el de referencia, aunque en los demás valores triestímulo no consiguen acercarse al de referencia. Unos observadores a destacar sin lugar a dudas son SB2, SB3, SBM. En el caso de SBM a excepción del la  $X_2$  del centro acromático, aparentemente no tienen unas grandes desviaciones en general. En la Fig. 3.3 se observa, en general, que la menor desviación se produce en el centro de color verde y la mayor en el acromático. Estos resultados dan una idea de la gran variabilidad entre los resultados obtenidos con los diferentes conjuntos de funciones de igualación de color ante la que nos encontramos, pero para analizarla con mas detalle debemos tener en cuenta otros aspectos.

Cuando en un experimento los resultados obtenidos se ven afectados por un conjunto grande de causas independientes que actúan sumando sus efectos, y siendo cada efecto individual de poca importancia respecto del conjunto, es esperable que los resultados sigan una distribución normal (función Gaussiana). A tal efecto hemos calculado el coeficiente de asimetría,  $As_i^{k,l}$ , y el parámetro de kurtosis,  $K_i^{k,l}$ , de las nubes de puntos  $X_i^{k,l}$ , estos parámetros nos servirán como indicadores de lo importante que es la

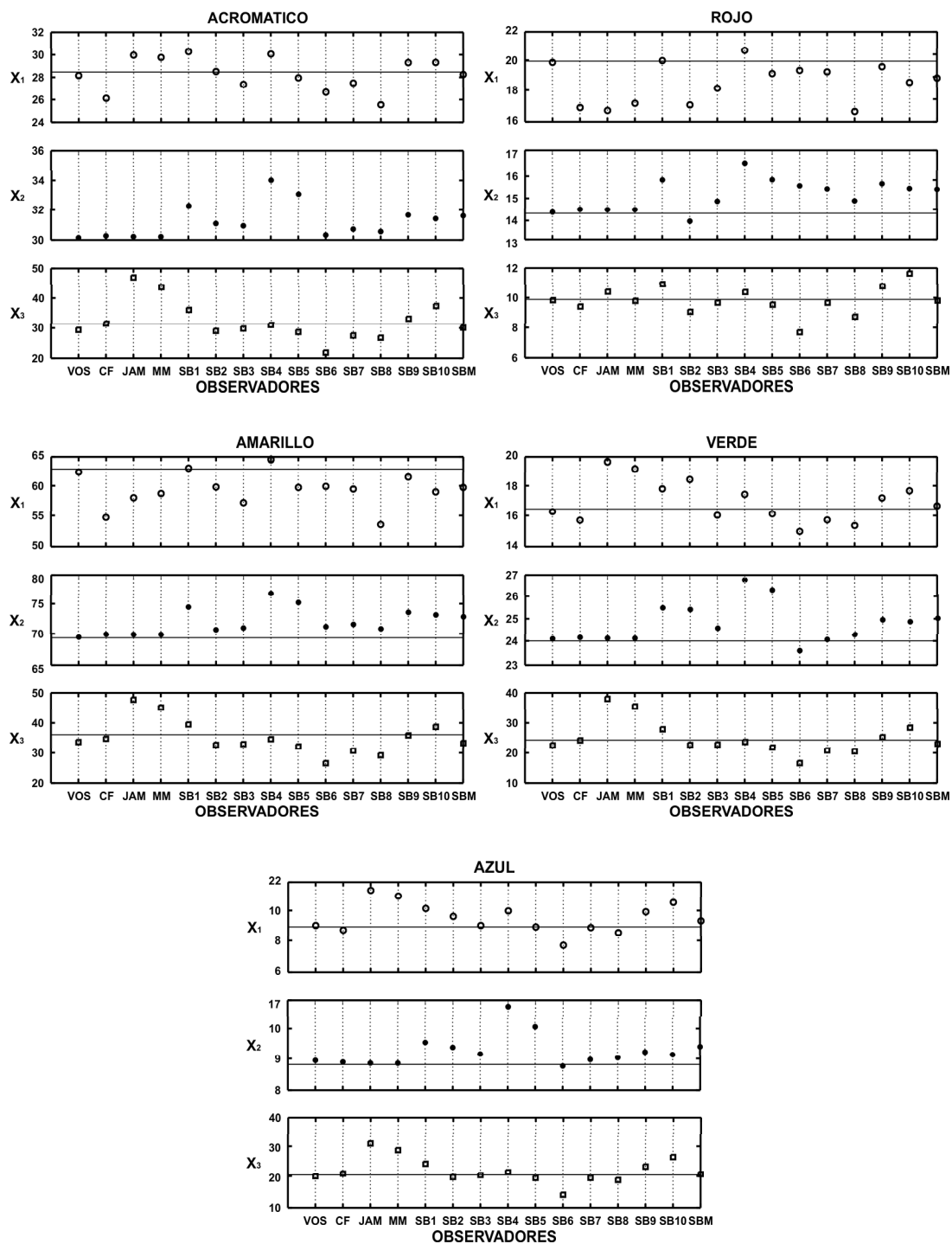


Figura 3.2: Valores triestímulo medios, correspondientes a la Ec. (3.4). La línea continua corresponde a los valores triestímulo asociados al observador de referencia (Tabla 3.1)

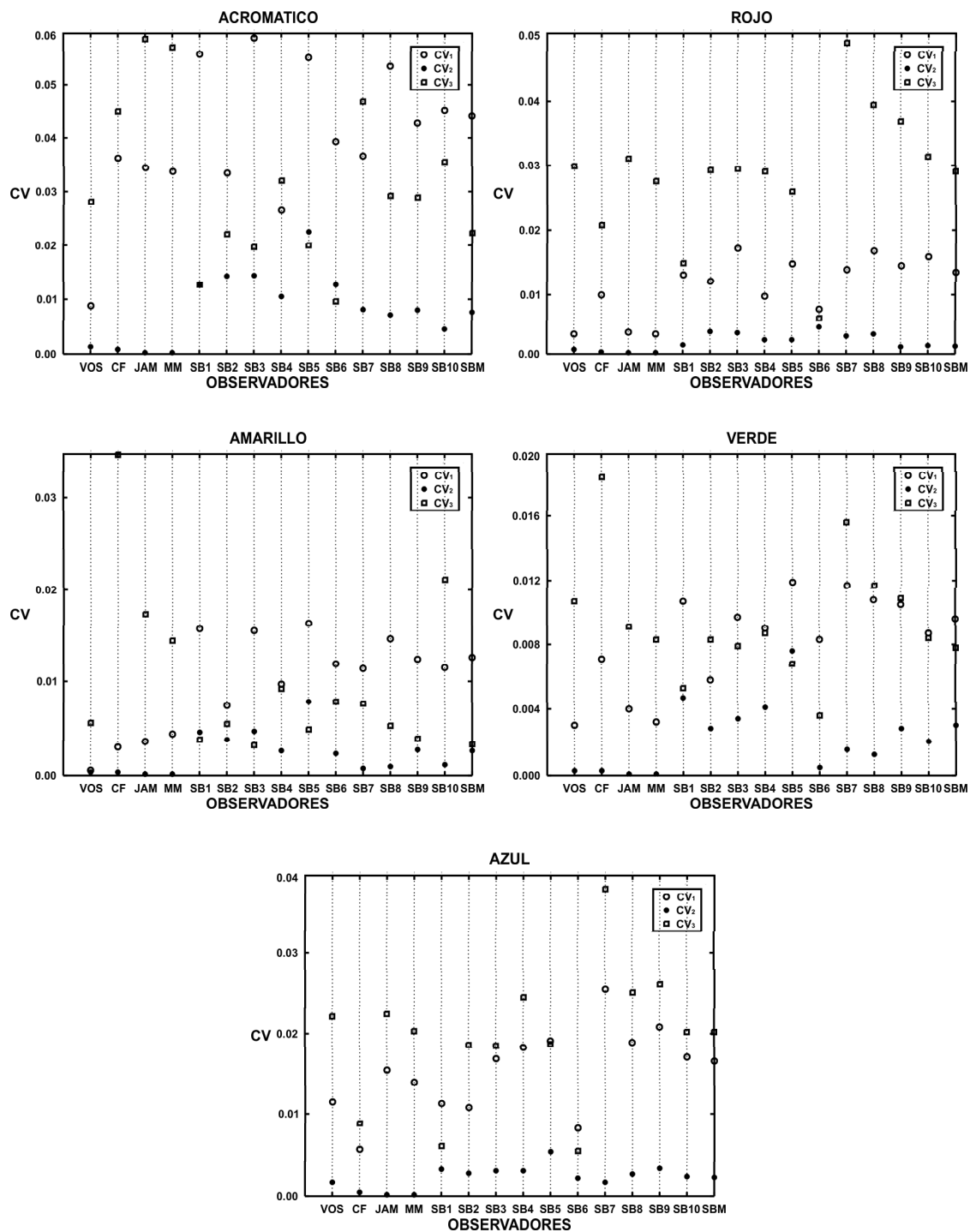


Figura 3.3: Coeficientes de variación, correspondientes a la Ec. (3.6).

dispersión de los datos respecto de lo que sucedería si se distribuyeran de acuerdo a una función normal,

$$As_i^{k,l} = \frac{1}{n_l(\sigma_i^{k,l})^3} \sum_{j=1}^{n_l} (X_{i,j}^{k,l} - X_i^{k,l})^3, \quad (3.7)$$

$$K_i^{k,l} = \frac{1}{(\sigma_i^{k,l})^4} \sum_{j=1}^{n_l} (X_{i,j}^{k,l} - X_i^{k,l})^4. \quad (3.8)$$

Si en efecto dichas nubes de puntos obedecieran a una distribución normal los parámetros anteriormente citados deberían de tomar los siguientes valores:  $As_i^{k,l} = 0$  y  $K_i^{k,l} = 3, \forall k, l, i$ .

También hemos aplicado el test de normalidad de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors (KS) para cada variable [KOL]. Los resultados obtenidos se muestran en la en la Sección A (apéndice).

En la última columna de las tablas hemos representado el nivel de significación cuando aplicamos el test de KS para un nivel de confianza  $\alpha = 0,05$ . Recordemos que para este nivel de confianza, el nivel de significación teórico esperado para una distribución normal, es  $0,886/\sqrt{n}$ , donde  $n$  es el número de datos ( $n = n_l$  para cada centro de color considerado).

| $p^l$              | Acromático | Rojo  | Amarillo | Verde | Azul  |
|--------------------|------------|-------|----------|-------|-------|
| $n_l$              | 1225       | 1143  | 875      | 1224  | 700   |
| $0,886/\sqrt{n_l}$ | 0,025      | 0,026 | 0,030    | 0,025 | 0,033 |

Tabla 3.2: El nivel de significación teórico esperado para una distribución normal, para cada centro de color.

Este estudio se ha reproducido para todos los centros de color y para todos los observadores considerados y se ha encontrado una gran desviación de los valores de los diferentes parámetros respecto de lo que sería esperable si las nubes de puntos estuvieran distribuidas de forma normal.

La asimetría de las nubes de valores triestímulo puesta de relieve según los valores del parámetro  $As_i^{k,l}$  es evidente para cada uno de los conjuntos de funciones de igualación de color consideradas. En el caso del parámetro de Kurtosis,  $K_i^{k,l}$ , podemos observar que los datos de las tablas mostradas en la Sección A (apéndice) donde se aprecia una elevada desviación respecto de lo que sería esperable si las nubes de valores triestímulo obedecieran a una distribución normal. Por lo tanto estamos lejos de poder concluir que las nubes de valores triestímulo obedecen a distribuciones normales.

### 3.1.2. Análisis comparado de la variabilidad

La variabilidad del comportamiento colorimétrico entre los diferentes observadores se puede estimar mediante el análisis de las diferencias en la percepción del conjunto de estímulos de referencia  $R$  por cada observador. A continuación vamos a desarrollar un procedimiento sistemático para evaluar cuantitativamente la similitud entre las percepciones colorimétricas de diferentes observadores, si bien este procedimiento abarca un análisis local dentro del espacio de color, es importante destacar los resultados, como veremos. ¿Hasta qué punto es viable crear un modelo teórico que represente a la mayoría de los observadores normales? En el siguiente análisis intentaremos aclarar algunas de estas cuestiones.

Si fijamos una pareja de observadores  $k'$  y  $k$ , podríamos evaluar la similitud en lo concerniente a la percepción colorimétrica entre ambos cuando perciben una distribución espectral asociada a un estímulo de referencia, *centro de color* [ROB78] (Fig. 3.1), o sea cuando a ambos observadores se les presenta la misma distribución de energía.

Estamos interesados en obtener una estimación de la diferencia entre las  $i$ -ésimas funciones de igualación de color asociadas a ambos observadores cuando detectan el  $l$ -ésimo estímulo de referencia. Mediante el análisis de las diferencias entre los valores triestímulo vamos a intentar evaluar las diferencias entre las funciones de igualación de color; para ello calcularemos la desviación porcentual de los valores triestímulo de la siguiente forma:

**Desviación porcentual**

$$(\Delta X_i^l)_{k',k} = 100 \frac{|X_i^{k',l} - X_i^{k,l}|}{X_i^{k',l}}. \quad (3.9)$$

La ecuación anterior proporciona la estimación requerida aunque esta depende del centro de color tomado como referencia, por ejemplo el centro “ $l$ ”. Tomando como referencia  $k'=CIE31$  y llamando

$$(D_i^l)_k = X_i^{CIE31,l} - X_i^{k,l}, \quad (3.10)$$

podemos reescribir la Ec. (3.9) de la siguiente forma:

$$(DP_i^l)_k = (\Delta X_i^l)_{CIE31,k} = 100 \frac{|(D_i^l)_k|}{X_i^{CIE31,l}} \quad (3.11)$$

Los datos obtenidos se muestran en las Tablas B.1 a la B.5. Ahora podemos proceder de dos formas diferentes según lo que se desee analizar:

- **Promedio a las funciones de igualación de color.** (Tablas B.6 y B.7) Si promediamos la Ec. (3.11) para las tres funciones de igualación de color tendremos una medida de la variabilidad entre la percepción promedio para los diferentes centros de color considerados,

$$(DP^l)_k = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (DP_i^l)_k. \quad (3.12)$$

De aquí deducimos cómo es el comportamiento de cada observador para cada estímulo de color por separado. Observando la Tabla B.7 podemos concluir que el observador VOS es el más parecido en general al CIE31, mientras que para el estímulo verde el observador CF es el más cercano.

- **Promedio al número de centros de color.** (Tablas B.8 y B.9) Si promediamos la Ec. (3.11) en el conjunto de centros de color de referencia tendremos una medida mejor de la variabilidad entre los  $i$ -ésimo mecanismos de color de los observadores antes considerados,

$$(DP_i)_k = \frac{1}{R} \sum_{l=1}^R (DP_i^l)_k. \quad (3.13)$$

La Ec. (3.13) es una medida global de la variabilidad entre las  $i$ -ésimo funciones de igualación de color asociadas a los observadores  $CIE31$  y  $k$ . En este caso estamos analizando el comportamiento del  $i$ -ésimo detector del observador CIE31 respecto del  $i$ -ésimo detector de cada uno de los demás

observadores en promedio para todos los centros de color. En este caso sigue destacando el observador VOS a pesar de diferir más para la función de igualación de color  $\hat{x}_3(\lambda)$ . Cabe destacar los observadores JAM y MM que, a pesar de tener comportamiento muy parecido a CIE31 para la función de igualación de color  $\hat{x}_2(\lambda)$ , resulta muy dispar para las funciones de igualación de color  $\hat{x}_1(\lambda)$  y  $\hat{x}_3(\lambda)$ .

Además, los resultados de la Ec. (3.13) promediados para todas las funciones de igualación de color (o los resultados de la Ec. (3.12) promediados para todos los centros de color), proporcionarán una estimación de las diferencias globales entre los observadores  $k'$  y  $k$ .

**Promedio global.**(Tabla B.9 última columna)

$$(DP)_k = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (DP_i)_k. \quad (3.14)$$

Del resultado de la ecuación anterior obtenemos el orden de similitud entre los observadores a estudio y el elegido de referencia CIE31. Este análisis se puede realizar de forma sistemática siempre que deseemos comparar la percepción colorimétrica entre un conjunto de observadores y otro de referencia.

Si lo que deseamos es comparar un conjunto de observadores, todos entre sí, realizaríamos el mismo estudio pero partiendo del cálculo de desviaciones absolutas, o sea que la Ec. (3.10) quedaría de la forma:

**Desviación absoluta**

$$(Di^l)_{k',k} = |X_i^{k',l} - X_i^{k,l}|. \quad (3.15)$$

Para evitar presentar tablas demasiado grandes no hemos incluido los 10 observadores de Stiles y Burch, y en su lugar sólo hemos considerado el observador medio, SBM, como se puede observar en las tablas mostradas en la Sección C (apéndice), los resultados de la Ec. (3.15) se muestran en las Tablas C.1, C.2 y C.3. Manteniendo el mismo procedimiento anteriormente descrito obtenemos lo siguiente,

■ **Promedio a las funciones de igualación de color.** (Tablas C.4 y C.5)

$$(D^l)_{k',k} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (D_i^l)_{k',k}, \quad (3.16)$$

En la Tabla C.5 se ponen de relieve la similitud en la percepción del mismo estímulo de color entre parejas de observadores.

■ **Promedio al número de centros de color.**(Tablas C.6 y C.7)

$$(D_i)_{k',k} = \frac{1}{R} \sum_{l=1}^R (D_i^l)_{k',k}. \quad (3.17)$$

En la Tabla C.6 se ponen de relieve que la función de igualación de color  $\hat{x}_2(\lambda)$  es la que menor variabilidad presenta entre los diferentes pares de observadores estudiados. Destaco también el



hecho de que los observadores MM, JAM y CF presentan valores similares de desviación entre ellos (hecho ya apuntado en la Ref. [MAR96]). Además las parejas de observadores SBM-CIE31 y VOS-SBM son las que más desviación muestran en lo referido a  $\hat{x}_2(\lambda)$ . Las funciones de igualación de color  $\hat{x}_1(\lambda)$  y  $\hat{x}_3(\lambda)$  son para las que más altos valores de discrepancia se muestran para los distintos observadores, aunque no se han detectado variaciones sistemáticas. Estos resultados están de acuerdo con los obtenidos en la Ref. [VIE80] respecto a la variabilidad entre observadores. El mayor parecido se obtiene entre las parejas de observadores VOS-CIE31, CF-CIE31, SBM-CIE31 y MM-JAM.

**Promedio global.** (Tabla C.7 última columna)

$$(D)_{k',k} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (D_i)_{k',k}. \quad (3.18)$$

En resumen en esta sección hemos comparado el comportamiento colorimétrico de diferentes observadores respecto al observador CIE31, para ello se han analizado las diferencias en porcentaje de los valores triestímulo obtenidos para el conjunto de observadores considerado con un conjunto fijo de estímulos de referencia sugeridos por la CIE [ROB78]. Consecuentemente hemos establecido un orden con respecto al observador CIE31 en el comportamiento colorimétrico de los diferentes pares de observadores, basado en los resultados obtenidos a partir de la Ec. (3.18) (ver la Tabla B.9).

Posteriormente hemos aplicado el mismo método a todas las posibles parejas de observadores, pero trabajando con diferencias absolutas y sustituyendo los 10 observadores de Stiles y Burch por el observador medio, SBM. También en este caso hemos elaborado una tabla con el ordenamiento global según la similitud entre los diferentes pares de observadores (Tabla C.7).

Hay que destacar que en ambos casos se han realizado análisis parciales de la similitud en la percepción según el estímulo de color percibido (ver las Tablas B.6, B.7, C.4 y C.5), o según el  $i$ -ésimo mecanismo de color de los diferentes observadores (ver las Tablas B.8, B.9, C.6 y C.7).

Los resultados obtenidos usando este método dependen del conjunto de estímulos de color de referencia seleccionados: es de esperar que cuanto mayor sea el número de estímulos de referencia mas preciso será el resultado que ofrecerá el estudio comparativo. Recordamos que la técnica de generación de distribuciones espectrales metaméricas puede extenderse sin dificultad a otros centros de color como se demuestra en las Refs. [ZOI95, EZQ97].

### 3.2. Metamerismo respecto al observador CIE31

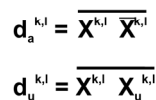
En este apartado hemos utilizado los umbrales de discriminación colorimétrica de dos observadores, CF y JAM ([MARth, MAR03a, MAR03b]) asumiendo que estos umbrales se pueden representar mediante elipses (ver la Ref. [CAR99] sobre la validez de esta geometría), para compararlos con las nubes de coordenadas cromáticas obtenidas en torno a cada estímulo de color para los observadores MM, CF, JAM, SBM y vos, a partir de la Ec. (3.3).

Definimos un parámetro que proporciona una medida cuantitativa de la variabilidad entre observadores que tiene en cuenta los umbrales de discriminación cromática. Este parámetro nos sirve para asignar a dos observadores reales un grado de similitud. Se demuestra la no reciprocidad entre el comportamiento colorimétrico de dos observadores reales.

Proponemos un procedimiento para comparar el comportamiento colorimétrico de dos observadores respecto del observador CIE31. El método propuesto puede ser aplicado en una manera sistemática

Generamos para cada centro de color  $l$  ( $l = 1, \dots, 5$ ) un conjunto de distribuciones espectrales de potencia radiante  $\rho_j^l(\lambda)$  ( $j = 1, \dots, S$ ) metaméricas respecto al observador patrón CIE31. Para estas distribuciones se calculan los valores triestímulo que se obtienen para los diferentes observadores ( $k = 1, \dots, Q$ ). Debido a que, en general, estas distribuciones ya no serán metaméricas para dichos observadores, cada distribución  $\rho_j^l(\lambda)$  generará un punto diferente en el diagrama cromático. De esta forma, en torno a cada centro de color se obtiene para cada observador  $k$  una nube de  $S$  puntos.

Para cuantificar esta diferencia computamos la distancia  $d_a^{k,l}$  de  $\mathbf{x}^{k,l}$  a  $\bar{\mathbf{x}}^{k,l}$ , donde  $\mathbf{x}^{k,l}$  es el centro del umbral y  $\bar{\mathbf{x}}^{k,l}$ , para el observador  $A$ , es el punto definido por el promedio de las coordenadas cromáticas de la nube de puntos, según se muestra en la Fig. 3.4.



La línea recta definida por ambos puntos cortará a la elipse que representa el umbral en el punto  $\mathbf{x}_n^{k,l}$ . A la distancia de este punto al centro del umbral la llamo  $d_n^{k,l}$ . Así el cociente

podría proporcionar una medida cuantitativa de diferencia en la percepción cromática para el  $l$ -ésimo centro de color considerado entre los observadores. Cuando  $\Omega^{k,l}$  sea menor o igual que 1 no habrá dife-

rencias en la percepción cromática de los dos observadores en cuestión, mientras que, cuanto más grande sea dicho cociente mas diferentes serán dichas percepciones.

Considerando las funciones de igualación de color y los conjuntos de distribuciones metaméricas respecto del observador CIE 1931 utilizadas en el apartado anterior, se han calculado las coordenadas cromáticas de los valores triestímulo proporcionados por la Ec. (3.3).

Las elipses de discriminación de color para los observadores JAM y CF han sido medidas por Martínez [MARth] y Martínez *et al.* [MAR96] en torno a los cinco centros de color sugeridos por CIE ya mencionados en la Sección 2.2 . Así podemos comparar las nubes de puntos  $(x_{1,j}^{k,l}, x_{2,j}^{k,l})$ , siendo  $j = 1, \dots, S$ ,  $k = 1, \dots, Q$  y  $l = 1, \dots, 5$ , obtenidas para el conjunto de funciones de igualación de color anteriormente mencionadas con las correspondientes elipses para JAM y CF. Los resultados obtenidos para los cinco centros de color son mostrados en la Fig. 3.5.

### 3.2.1. Representación en coordenadas cromáticas

Se pone de manifiesto que la localización de las nubes de puntos para el observador VOS está más cerca del centro del umbral de discriminación determinado para los observadores JAM y CF que en el caso de los otros observadores (Fig. 3.5). Este efecto se reproduce para todos los centros de color. Las coordenadas cromáticas calculadas para todos los conjuntos de funciones de igualación de color se localizan fuera de las correspondientes elipses. Las nubes de puntos asociadas con los observadores VOS y SBM están parcialmente dentro de la elipse para el centro de color E. Las nubes de puntos de los observadores JAM y MM son en cuanto a la forma de las distribuciones muy similares aunque espacialmente se localizan cerca pero en diferente sitio en el diagrama cromático. Estas nubes de puntos están siempre bastante lejos de las elipses.

En las Tablas 3.3 y 3.4 se muestran para todos los observadores las cantidades calculadas con la Ec. (3.19), con respecto a las elipses medidas para JAM y CF. Hay que destacar los bajos valores obtenidos para el observador VOS. En la mayor parte de los casos el valor de  $\Omega^{k,l}$  es más grande que la unidad. Estos resultados muestran que el comportamiento colorimétrico de los observadores reales claramente se aleja del observador de referencia.

| Centro de color | MM   | CF  | JAM  | VOS | SBM |
|-----------------|------|-----|------|-----|-----|
| A               | 7,7  | 1,3 | 9,5  | 1,5 | 1,6 |
| B               | 6,4  | 6,8 | 7,3  | 2,0 | 5,4 |
| C               | 2,1  | 3,7 | 2,7  | 2,2 | 3,4 |
| D               | 10,2 | 2,1 | 12,6 | 4,8 | 5,1 |
| E               | 9,1  | 1,3 | 10,7 | 0,7 | 0,8 |

Tabla 3.3: Cocientes  $\Omega^{k,l}$  calculados para los observadores considerados con respecto a la elipse medida para CF.

Podemos considerar  $d_n^{k,l}$  como una distancia en una dirección determinada marcada por la línea recta que une los puntos  $\mathbf{x}^{k,l}$  y  $\mathbf{x}_n^{k,l}$ . De esta manera los valores elevados de  $\Omega^{k,l}$  indicarían que el comportamiento en lo concerniente a la reproducción colorimétrica de los  $k$ -ésimos observadores y el observador patrón es muy diferente cuando se considera el  $l$ -ésimo centro de color. Estos resultados están en consonancia con los proporcionados en la Ref. [MEL94]. Los autores de este trabajo ponen de manifiesto un significativo desplazamiento de los centros de las elipses cuando se analizan varios

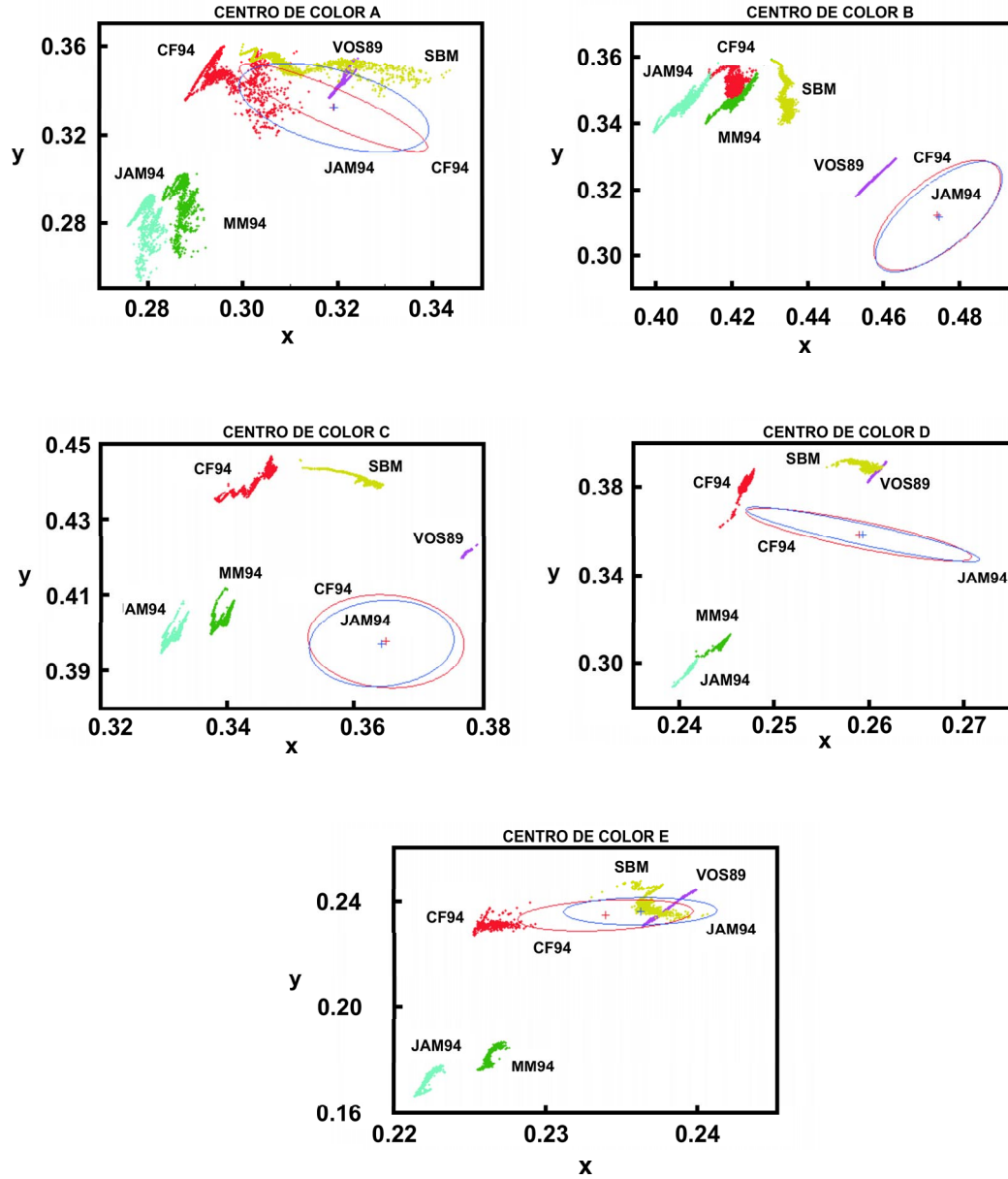


Figura 3.5: Coordenadas cromáticas obtenidas para cada observador y para cada uno de los centros de color estudiados. Los datos están representados en el diagrama cromático asociado al observador patrón CIE31 en el sistema de estímulos primarios G94.

| Centro de color | MM   | CF  | JAM  | VOS | SBM |
|-----------------|------|-----|------|-----|-----|
| A               | 3,6  | 1,1 | 4,4  | 0,7 | 1,0 |
| B               | 7,0  | 7,5 | 8,0  | 2,2 | 5,9 |
| C               | 2,4  | 4,3 | 2,9  | 2,3 | 3,8 |
| D               | 13,0 | 2,3 | 16,1 | 5,9 | 6,4 |
| E               | 10,7 | 2,1 | 12,7 | 0,3 | 0,5 |

Tabla 3.4: Cocientes  $\Omega^{k,l}$  calculados para los observadores considerados con respecto a la elipse medida para JAM.

conjuntos de funciones de igualación de color (ver la Tabla I en la Ref. [MEL94]). Para analizar este desplazamiento estos autores calculan los valores triestímulo de un número limitado de reflectancias espectrales metaméricas y encuentran un significativo desplazamiento de las coordenadas cromáticas para los observadores considerados. Estos resultados también están en consonancia con los estudios realizados por diferentes métodos sobre la variabilidad entre observadores [NOR93, VIE80, MAR96].

Para un observador dado,  $k$ , se puede calcular el promedio  $\Omega^k = \sum_{l=1}^5 \Omega^{k,l}/5$ . Este parámetro se puede utilizar para obtener una medida cuantitativa de la discrepancia *global* entre el observador  $k$ -ésimo y el patrón. En esta línea se puede establecer un orden de similitud entre los diferentes observadores respecto a dicho patrón. Cuando se considera la elipse asociada al observador CF obtenemos los resultados mostrados en la Tabla 3.5. Si utilizamos la elipse de JAM se consigue el mismo orden de similitud. Los resultados obtenidos utilizando este método están en concordancia con los publicados en la Ref. [ZOI99] y son consecuencia del estudio de las diferencias entre las funciones de igualación de color de un conjunto de observadores y las funciones de igualación de color del observador patrón tomado como referencia.

| Pares de observadores | $\Omega^k(CF)$ | Orden |
|-----------------------|----------------|-------|
| CIE31-VOS             | 2,24           | 1     |
| CIE31-CF              | 3,04           | 2     |
| CIE31-SBM             | 3,28           | 3     |
| CIE31-MM              | 7,10           | 4     |
| CIE31-JAM             | 8,56           | 5     |

Tabla 3.5: Cantidades  $\Omega^k$  para los diferentes observadores cuando se considera el umbral de CF. Los pares de observadores se ordenan por su grado de similitud con respecto al observador patrón CIE31.

Del análisis de los datos mostrados en la Fig. 3.5 y en las Tablas 3.3 y 3.4, se puede concluir que la especificación de un estímulo físico dado depende fuertemente del conjunto de funciones de igualación de color utilizadas. Las nubes de puntos de coordenadas cromáticas nos informan que la percepción colorimétrica de los observadores reales es diferente de la del observador patrón cuando se especifica un cierto estímulo. Así los observadores reales no están bien representados por el conjunto de funciones de igualación de color del observador patrón. Estos resultados están en concordancia con los publicados en las Refs. [PER99, MAR96, MAR97]. En la Ref. [HIT86] los autores publican resultados similares

en lo concerniente al desplazamiento de los centros de los umbrales cuando consideran igualaciones de color isoméricas y metaméricas. Ellos consideran el hecho como un indicativo del fallo en la aditividad colorimétrica. En nuestra opinión este fallo es consecuencia del carácter no isomorfo entre los sistemas de representación asociados a cada observador (ver comentarios siguientes).

Los cocientes  $\Omega^k$  proporcionan una medida cuantitativa de la diferencia en el comportamiento colorimétrico global de dos observadores. Cuando se compara un conjunto grande de observadores, esta magnitud puede ser utilizada para asignar un orden de similitud entre ellos. Los resultados que se muestran en la Tabla 3.5 están en concordancia con los proporcionados en la Ref. [ZOI99].

### 3.2.2. Espacio CIELAB

En el apartado anterior hemos comparado los observadores calculando las distancias  $\Omega^{k,l}$  de la Ec. (3.19) entre puntos en coordenadas cromáticas, pero podemos determinar las diferencias de color en el espacio uniforme CIELAB, para ello transformamos los tres puntos mostrados en la Fig. 3.4, y consecuentemente realizamos de nuevo los cálculos del apartado anterior. Este espacio es en el cual numerosos autores recomiendan trabajar cuando la finalidad es medir diferencias en la percepción de color. De esta forma los valores obtenidos de la Ec. (3.19) en el nuevo espacio son los mostrados en las Tablas 3.6 y 3.7. El orden de similitud entre los diferentes observadores respecto del patrón se muestra en la Tabla 3.8.

| Centro de color | MM   | CF  | JAM  | VOS | SBM |
|-----------------|------|-----|------|-----|-----|
| A               | 7,8  | 1,3 | 9,6  | 1,5 | 1,6 |
| B               | 6,1  | 6,5 | 7,0  | 2,0 | 5,0 |
| C               | 2,1  | 3,6 | 2,7  | 2,3 | 3,5 |
| D               | 10,7 | 2,1 | 13,3 | 4,6 | 5,1 |
| E               | 10,6 | 1,4 | 12,9 | 0,6 | 0,8 |

Tabla 3.6: Cocientes  $\Omega^{k,l}$  calculados para los observadores considerados con respecto a la elipse medida para CF en el espacio CIELAB.

| Centro de color | MM   | CF  | JAM  | VOS | SBM |
|-----------------|------|-----|------|-----|-----|
| A               | 3,6  | 1,1 | 4,5  | 0,7 | 1,0 |
| B               | 6,7  | 7,1 | 7,7  | 2,2 | 5,5 |
| C               | 2,4  | 4,1 | 2,9  | 2,4 | 3,9 |
| D               | 13,8 | 2,4 | 17,2 | 5,9 | 6,5 |
| E               | 13,6 | 2,2 | 16,4 | 0,5 | 0,9 |

Tabla 3.7: Cocientes  $\Omega^{k,l}$  calculados para los observadores considerados con respecto a la elipse medida para JAM en el espacio CIELAB.

Los resultados son prácticamente los mismos en cuanto a la similitud respecto del observador de referencia CIE31, que en el apartado anterior cuando hacíamos el estudio en coordenadas cromáticas.

| Pares de observadores | $\Omega^k(CF)$ | $\Omega^k(JAM)$ | Orden |
|-----------------------|----------------|-----------------|-------|
| CIE31-VOS             | 2,20           | 2,34            | 1     |
| CIE31-CF              | 2,97           | 3,39            | 2     |
| CIE31-SBM             | 3,20           | 3,57            | 3     |
| CIE31-MM              | 7,48           | 8,02            | 4     |
| CIE31-JAM             | 9,11           | 9,75            | 5     |

Tabla 3.8: Cantidades  $\Omega^k$  para los diferentes observadores cuando se considera el umbral de CF Y JAM en el espacio CIELAB. Los pares de observadores se ordenan por su grado de similitud con respecto al observador patrón CIE31.





## Capítulo 4

# Ausencia de correspondencia entre los espacios de representación de color (CF y JAM)

En este Capítulo se va cuantificar o evaluar la diferencia entre la percepción colorimétrica de dos observadores reales, CF y JAM. Martínez [MARth] y Martínez *et al.* [MAR96, MAR97, MAR03a, MAR03b] han medido las mencionadas funciones de igualación de color además de los umbrales correspondientes a los cinco centros de color recomendados por la CIE [ROB78]. Hemos analizado la similitud en la percepción de color entre ambos observadores para estos centros de color. Para ello se ha procedido de la siguiente forma:

1. Para un observador dado, JAM por ejemplo, y para cada centro de color ( $l$ ), se han generado un conjunto de distribuciones espectrales metaméricas. El número de la distribución metamérica se denota con el índice  $n_l^{JAM}$  (ver la columna 2 en la Tabla 4.1).
2. Se han calculado las coordenadas cromáticas para estas distribuciones con las funciones de igualación de color asociadas a otro observador, en este caso CF. Las nubes de puntos junto con el umbral determinados ambos para CF se representan en una figura común para cada centro de color (Fig. 4.1).

Los pasos 1 y 2 se han repetido intercambiando los observadores. Los datos para el observador CF se muestran en la columna 3 de la Tabla 4.1 y en la Fig. 4.2.

En el caso de la Fig. 4.1, para el caso de los centros de color A y C, las nubes de puntos están parcialmente dentro de la elipse. En la Fig. 4.2 esto mismo sucede para los centros de color A y D, sin embargo en el caso del centro de color B todos los puntos están dentro de la elipse. El caso es diferente para el resto de los centros de color en cada observador: las nubes de puntos se encuentran fuera de las elipses respectivas. Para cuantificar las discrepancias analizando los centros de color considerados se han calculado los siguientes parámetros  $\Omega^{CF,l}$  (teniendo en cuenta los resultados mostrados en la Fig. 4.1) y  $\Omega^{JAM,l}$  (teniendo en cuenta los resultados mostrados en la Fig. 4.2). Estas cantidades se obtienen a partir de la Ec. (3.19) del Capítulo anterior. Los resultados se muestran en las columnas 2 y 3 de la Tabla 4.2 respectivamente.

Cuando se comparan los resultados mostrados en las Figs. 4.1 y 4.2, y los datos obtenidos en la Tabla 4.2 deducimos que la percepción colorimétrica de los observadores JAM y CF es claramente diferente

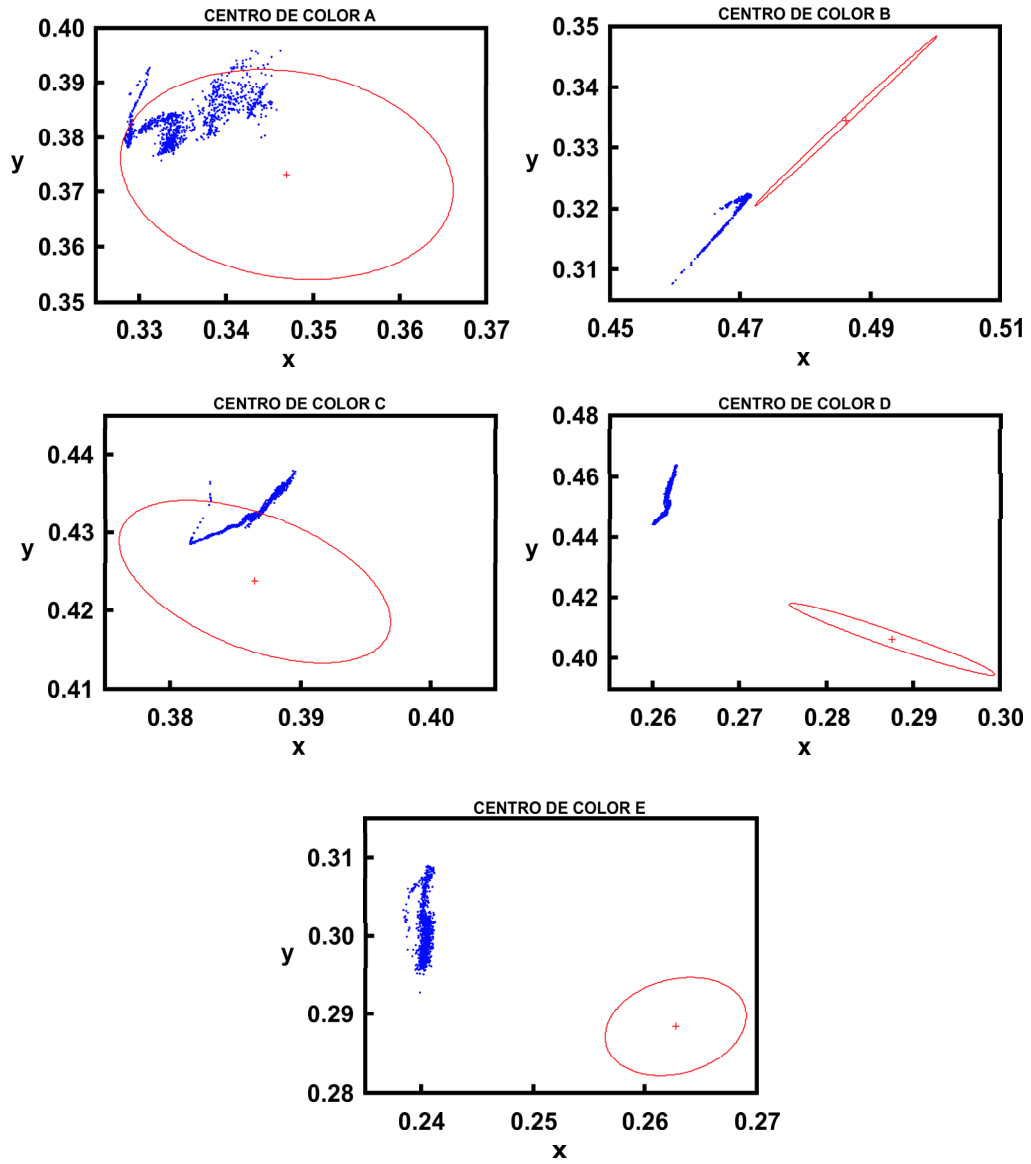


Figura 4.1: Coordenadas cromáticas obtenidas para el observador CF para aquellas distribuciones que son metaméricas para JAM. La línea continua representa la elipse de CF para cada centro de color. Los resultados están expresados en el espacio G94.

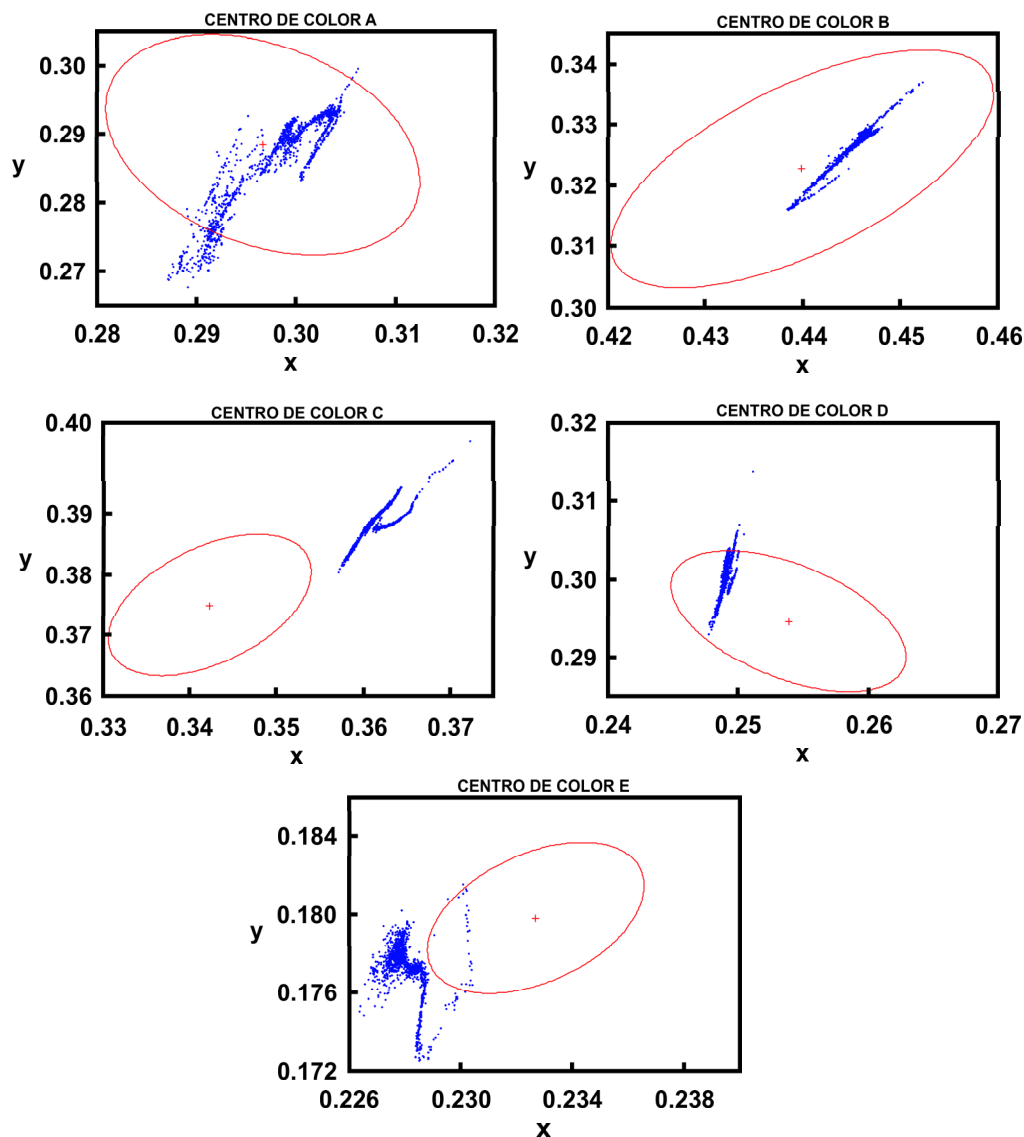


Figura 4.2: Coordenadas cromáticas obtenidas para el observador JAM para aquellas distribuciones que son metaméricas para CF. La línea continua representa la elipse de JAM para cada centro de color. Los resultados están expresados en el espacio G94.

| Centros de color | $n_l^{JAM}$ | $n_l^{CF}$ |
|------------------|-------------|------------|
| A                | 1225        | 1225       |
| B                | 964         | 992        |
| C                | 1225        | 1225       |
| D                | 1134        | 1225       |
| E                | 1225        | 1225       |

Tabla 4.1: El número de metámeros producidos para cada uno de los centros de color y para los observadores JAM (columna 2) y CF (columna 3 ).

para los centros de color B, C, D y E. En el caso del estímulo de color A, las nubes de coordenadas cromáticas están dentro de las correspondientes elipses.

| Centros de color | $\Omega^{CF,l}$ | $\Omega^{JAM,l}$ |
|------------------|-----------------|------------------|
| A                | 0,8             | 0,2              |
| B                | 4,1             | 0,2              |
| C                | 1,0             | 1,7              |
| D                | 7,8             | 0,7              |
| E                | 4,6             | 1,3              |

Tabla 4.2: Cantidades  $\Omega^{CF,l}$  y  $\Omega^{JAM,l}$ . Ve el texto para más detalles.

Este análisis revela una importante discrepancia entre los observadores CF y JAM al evaluarlos para dichos centros de color y su origen deriva de la variabilidad de las funciones de igualación de color. Se deduce que las funciones de igualación de color de los observadores tienen una fuerte influencia en las especificaciones de color individual. Hay que destacar, que en concordancia con lo que se expresa en las Refs. [MEL94, MAR97], la aparente variabilidad mostrada en los umbrales no es significativa en la mayoría de los casos, aunque hay desplazamientos significativos de los centros de las elipses. En suma el análisis revela pronunciadas discrepancias entre los diferentes observadores al evaluar un estímulo de color particular.

Los resultados presentados en las Figs. 4.1 y 4.2, y en la Tabla 4.2 revelan la no reciprocidad entre los observadores CF y JAM en todos los centros de color excepto en el centro A. Este hecho requiere una breve descripción: los metámeros generados para un observador, por ejemplo JAM, producen en este la misma sensación de color, mientras que para otro observador, el caso de CF, estas mismas distribuciones de energía (metámeros para JAM) producen diferentes sensaciones de color. Los cocientes  $\Omega^{CF,l}$  son estimadores para diferencias en la especificación de los estímulos físicos. Este comportamiento se reproduce cuando ambos observadores intercambian los papeles. El resultado sorprendente es que los cocientes  $\Omega^{CF,l}$  y  $\Omega^{JAM,l}$  son cantidades claramente diferentes sólo para ciertos centros  $l$  y no para los centros de color A y C. Este resultado es una consecuencia del siguiente hecho: los sistemas de representación utilizados por dos conjuntos diferentes de funciones de igualación de color,  $R^{CF}$  y  $R^{JAM}$ , no son isomorfos, la correspondencia entre dichos sistemas de representación no es uno a uno, este hecho ha sido tratado extensamente en las Refs. [ZOIth, ZOI00]. El origen de este comportamiento viene de las diferencias locales en las funciones de igualación de color de los diferentes observadores. En la Ref. [PER99] se realiza un minucioso análisis estadístico de las funciones de igualación de color de varios observadores.

Estos autores introducen un parámetro llamado VAF (ver la Sección que lleva por título “Overall analysis of the cmf curve shape”), para analizar las diferencias entre los conjuntos de funciones de igualación de color. En la tabla de la Ref. [PER99] se muestra cómo el parámetro VAF para  $\bar{x}_\lambda$  y  $\bar{z}_\lambda$  es menor que para  $\bar{y}_\lambda$ . Este hecho confirma el carácter no isomorfo entre los sistemas de representación de color  $R^{CF}$  y  $R^{JAM}$ . En esta Sección hemos mostrado cómo no hay reciprocidad entre el comportamiento colorimétrico predicho por los conjuntos de funciones de igualación de color asociadas con los dos observadores reales considerados.

El problema subyacente en la variabilidad entre observadores cuando se comparan, es discutida en el artículo publicado por Hita *et al.* [HIT77]. En ese trabajo se analizan las causas de algunas anomalías encontradas cuando se representan los umbrales en el diagrama cromático CIE31. Estas anomalías fueron consideradas una consecuencia de la distorsión introducida cuando un conjunto de datos experimentales son transformados de un sistema de representación a otro. Para minimizar esta distorsión Hita *et al.* proponen trabajar con un único sistema de primarios y con el mismo dispositivo experimental. Esta es una solución parcial del problema derivado del carácter no isomorfo entre los sistemas de representación asociados a un par de observadores dados [ZOIth, ZOI00]. Esta cuestión junto con la validez de establecer un observador patrón debe ser investigado con más profundidad.



## Capítulo 5

# Influencia de las funciones de igualación de color en la percepción de las pequeñas diferencias de color

La especificación de los estímulos de color se realiza en términos de las funciones de igualación de color de un observador  $k$  y de las características espectrales de los estímulos físicos correspondientes (flujo radiante espectral). Es bien sabido que en colorimetría, el color se especifica generalmente en términos de los valores triestímulo, como se muestra en la Ec. 2.6, los cuáles vienen dados para el observador  $k$  por

$$X_i^k = K \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \rho(\lambda) \hat{x}_i^\alpha(\lambda) d\lambda, \quad (i = 1, 2, 3), \quad (5.1)$$

donde  $I = [\lambda_1, \lambda_2]$  es el rango espectral considerado. La mayoría de los autores toman  $\lambda_1 = 400$  nm y  $\lambda_2 = 700$  nm. Así los estímulos de color percibidos por el observador  $\alpha$  pertenecen al subconjunto de vectores de  $\mathcal{R}^3$

$$R^k = \{(X_1^k, X_2^k, X_3^k) \text{ para todo } \rho(\lambda)\} \subset \mathcal{R}^3. \quad (5.2)$$

Este subconjunto contiene los valores triestímulo de todos los posibles estímulos de color percibidos por el observador  $k$ . De la ecuación (5.1) es evidente deducir que el mismo estímulo físico ( $\rho(\lambda)$ ) se percibe como un color diferente por dos observadores ( $\alpha$  y  $\beta$ ) que poseen funciones de igualación de color diferentes. En otras palabras, los subconjuntos  $R^\alpha$  y  $R^\beta$  son diferentes. Además, no hay una correspondencia entre estos subconjuntos. No obstante, la comparación de la percepción de un conjunto dado de distribuciones espectrales ( $\rho_j(\lambda)$  con  $j = 1, 2, \dots, S$ ) por diferentes observadores nos ayuda a que obtengamos una información valiosa acerca de la influencia en la variabilidad de las funciones de igualación de color en la percepción absoluta de colores. Varios trabajos se han llevado a cabo para conseguir desvelar las consecuencias de este efecto [MEL94, ZOI99, EZQ01, EZQ03]. Melgosa *et. al* [MEL94] analizaron la influencia de las funciones de igualación de color en la especificación de umbrales de la discriminación de color y encontraron que los parámetros que caracterizan los umbrales presentan una variabilidad débil que no era significativa en la mayoría de casos. No obstante, encontraron desplazamientos significativos

de los centros de las elipses obtenidas. Este hecho es una indicación que la percepción absoluta de un color depende drásticamente de las funciones de igualación de color del observador. El comportamiento colorimétrico de observadores diferentes ha sido analizado para varios centros de color [ZOI99]: en este trabajo el análisis de la similitud entre observadores se llevó a cabo considerando la distancia entre las matrices características asociadas a los observadores. Se comparó este método con otro en el que las similitudes eran evaluadas mediante el análisis en la percepción de un conjunto de distribuciones espectrales de flujo radiante. Las diferencias en la especificación de color percibidas por observadores distintos fue también analizado en las Refs. [EZQ01, EZQ03]. En particular, se mostró que no hay reciprocidad entre el comportamiento colorimétrico de los observadores, los cuales tienen sistemas de representación no isomorfos. Para que los sistemas de representación de dos observadores fueran isomorfos las funciones de igualación de color de uno deberían ser combinación lineal de las funciones de igualación de color del otro observador [ZOI00].

Por otro lado los umbrales de discriminación de color han sido investigados desde que MacAdam adoptó la elipse como figura geométrica para representar el umbral de diferencias del cromaticidad [MAC42, SIL45]. En investigaciones subsecuentes los umbrales se consideraron elipsoides cuando se llevan a cabo igualaciones de color generando modificaciones simultáneas de cromaticidad y luminancia en los experimentos [BRO49, BRO52, BRO56]. A partir de estos trabajos pioneros en este campo de investigación se ha desarrollado una intensa actividad [BRO57, WYS71, RIC75, HIT79, WIT83, CHE86, WIT87, ALF97, VIN98, CAR99, MEL99], entre otros.

Es interesante analizar los conjuntos de umbrales de discriminación de color obtenidos para observadores diferentes (variabilidad inter-observadores). Esto podría servir para determinar la habilidad media de un observador normal. La discriminación colorimétrica para un conjunto de doce observadores fue analizada en la Ref. [BRO57] para varios centros de color, aunque el autor sólo proporcionó los resultados promedio. La variabilidad inter-observadores fue investigada también por Wyszecky y Fielder [WYS71]. De su investigación, Wyszecky y Fielder concluyeron que la habilidad de cada observador en distinguir colores entorno a un centro de referencia, con el campo de observación fijo, varía según el centro. Esta variación, se manifiesta en la forma y orientación de los umbrales de diferencia de color que representan las diferencias en la discriminación de color entre los diferentes observadores. La influencia de las funciones de igualación de color en la especificación de las pequeñas diferencias de color ha sido tratada experimentalmente en las Refs. [MEL94, MAR97]. Los autores de la Ref. [MAR97] concluyeron que la variabilidad que aparece en los parámetros del umbral no era significativa en la mayoría de casos, aunque había desplazamientos importantes de los centros de las elipses, lo cual estaba en concordancia con los datos mostrados en la Ref. [MEL94]. Además, los estímulos de color que quedan dentro de los umbrales de diferencias de color que se perciben esencialmente como idénticos para un observador dado, está claro que son percibidos como estímulos de color diferentes por diferentes observadores. La pregunta que naturalmente surge es: ¿Cuánto de amplio tiene que ser un estímulo físico para que un observador dado (observador de referencia) presente respecto de otro observador diferencias de color similares o diferentes cerca del umbral? En este Capítulo analizaremos este problema, el cual tiene una conexión íntima con la influencia de las funciones de igualación de color en la percepción de las diferencias de color.

En la Sección 5.1 utilizaremos las 12 distribuciones metaméricas publicadas por G. Wyszecki [WYS62] para evaluar a cual de los 10 observadores de Stiles-Burch le producen diferencias de color más pequeñas, y en consecuencia cual de ellos es más similar a CIE31. En la Sección 5.2 se evalúa la variabilidad entre los 10 observadores de Stiles-Burch en lo concerniente a la percepción de diferencias de color pero considerando las distribuciones metaméricas respecto de los límites y centros respectivos de los umbrales de discriminación de color proporcionados por Melgosa *et. al* [MEL99].



## 5.1. Evaluación de las diferencias de color entre pares metaméricos

Sea  $\{x_i^k(\lambda)\}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) el conjunto de las funciones de igualación de color asociadas al observador  $k$ . Para una distribución de potencia espectral radiante  $\rho(\lambda)$ , los valores triestímulo correspondientes vienen dados por la ecuación (5.1). Cuando calculamos los valores triestímulo la integral de la ecuación (5.1) se aproxima por la suma

$$X_i^k \approx K \Delta \lambda \sum_{j=1}^N x_i^k(\lambda_j) \rho(\lambda_j), \quad (5.3)$$

donde  $\Delta \lambda$  es la anchura espectral del intervalo de muestreo y  $N$  es el número de longitudes de onda en las que las funciones  $\rho(\lambda)$  y  $x_i^k(\lambda)$  han sido muestreadas.

Podemos realizar un análisis pormenorizado de las diferencias de color percibidas por un observado cuando se le presentan dos estímulos físicos metaméricos entre sí. Estas diferencias en la percepción las podemos evaluar según la fórmula de diferencias de color establecida por la CIE y publicadas en la Ref. [CIE86]. Vamos a considerar para el estudio las 12 distribuciones metaméricas,  $\rho_n(\lambda_j)$ , publicados por G. Wyszecki [WYS62]. A pesar de ser metámeros para campos de  $10^\circ$ , los valores triestímulo que producen para el observador patrón CIE31 son los de la Tabla 5.1.

|             | $X_1^{CIE31}$ | $X_2^{CIE31}$ | $X_3^{CIE31}$ | $x_{CIE31}$ | $y_{CIE31}$ |
|-------------|---------------|---------------|---------------|-------------|-------------|
| Metámero 1  | 29,4199       | 30,0098       | 35,4218       | 0,3102      | 0,3164      |
| Metámero 2  | 29,4171       | 30,0066       | 35,4291       | 0,3101      | 0,3163      |
| Metámero 3  | 29,3991       | 30,0019       | 35,4195       | 0,3101      | 0,3164      |
| Metámero 4  | 29,3751       | 29,9918       | 35,4270       | 0,3099      | 0,3164      |
| Metámero 5  | 29,4194       | 30,0082       | 35,4354       | 0,3101      | 0,3163      |
| Metámero 6  | 29,4125       | 30,0070       | 35,4078       | 0,3102      | 0,3164      |
| Metámero 7  | 29,3714       | 29,9959       | 35,3722       | 0,3100      | 0,3166      |
| Metámero 8  | 29,3997       | 30,0034       | 35,4159       | 0,3101      | 0,3164      |
| Metámero 9  | 29,3703       | 29,8887       | 35,4044       | 0,3103      | 0,3157      |
| Metámero 10 | 29,4149       | 30,0087       | 35,4093       | 0,3102      | 0,3164      |
| Metámero 11 | 29,3824       | 29,9960       | 35,3975       | 0,3100      | 0,3165      |
| Metámero 12 | 29,3794       | 29,9939       | 35,4287       | 0,3099      | 0,3164      |

Tabla 5.1: Valores triestímulo y coordenadas cromáticas para el observador CIE31 de las 12 distribuciones metaméricas publicadas por G. Wyszecki [WYS62].

Calcularemos las diferencias de color,  $\Delta E_{n,m}^k$ , proporcionadas por los dos conjuntos de valores triestímulo  $X_{i,n}^k$  y  $X_{i,m}^k$ , previa transformación a coordenadas  $CIE_{Lab}$ . Estos valores triestímulo están dados en la Ec. (5.4) donde  $n$  y  $m$  indican las 12 distribuciones metaméricas consideradas y  $k$  hace referencia a los diferentes observadores.

$$X_{i,n}^k = K \Delta \lambda \sum_{j=1}^N x_i^k(\lambda_j) \rho_n(\lambda_j), \quad (i = 1, 2, 3). \quad (5.4)$$

| $n/m$ | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 11     |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2     | 0,0146 | 0,0000 | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   |
| 3     | 0,0512 | 0,0519 | 0,0000 | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   |
| 4     | 0,1107 | 0,1084 | 0,0605 | 0,0000 | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   |
| 5     | 0,0206 | 0,0066 | 0,0557 | 0,1105 | 0,0000 | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   |
| 6     | 0,0224 | 0,0339 | 0,0398 | 0,0998 | 0,0403 | 0,0000 | ////   | ////   | ////   | ////   | ////   |
| 7     | 0,1413 | 0,1475 | 0,0991 | 0,0826 | 0,1525 | 0,1205 | 0,0000 | ////   | ////   | ////   | ////   |
| 8     | 0,0534 | 0,0560 | 0,0076 | 0,0610 | 0,0603 | 0,0391 | 0,0930 | 0,0000 | ////   | ////   | ////   |
| 9     | 0,3225 | 0,3136 | 0,3584 | 0,3961 | 0,3091 | 0,3427 | 0,4529 | 0,3644 | 0,0000 | ////   | ////   |
| 10    | 0,0208 | 0,0331 | 0,0425 | 0,1027 | 0,0395 | 0,0031 | 0,1230 | 0,0419 | 0,3414 | 0,0000 | ////   |
| 11    | 0,0937 | 0,0975 | 0,0470 | 0,0462 | 0,1020 | 0,0755 | 0,0529 | 0,0418 | 0,4024 | 0,0783 | 0,0000 |
| 12    | 0,1022 | 0,0997 | 0,0522 | 0,0088 | 0,1017 | 0,0918 | 0,0852 | 0,0532 | 0,3890 | 0,0946 | 0,0437 |

Tabla 5.2: Diferencias de color,  $\Delta E_{n,m}^{CIE31}$ , para el observador CIE31 entre las 12 distribuciones metaméricas consideradas.

Para el caso de  $k = CIE31$  las diferencias de color,  $\Delta E_{n,m}^{CIE31}$ , se muestran en la Tabla 5.2. Es evidente que estas diferencias tienen que ser muy pequeñas, como así es, puesto que están calculadas entre distribuciones metaméricas respecto al propio observador CIE64 que es muy similar al CIE31.

Si ahora consideramos los 10 observadores de Stiles-Burch,  $k = SB1, SB2...SB10$ , para poder realizar un análisis adecuado promediamos  $\Delta E_{n,m}^k$  en la variable  $m$ , o sea a las 12 distribuciones metaméricas (realmente es a  $m - 1$ , porque una diferencia vale cero) como se indica en la Ec. (5.5), los resultados obtenidos de dicho promedio son los mostrados en la Tabla 5.3.

$$\Delta E_n^k = 1/11 \sum_{n \neq m=1}^{12} \Delta E_{n,m}^k, (n = 1, 2..., 12), \quad (5.5)$$

A la vista de los resultados, las 12 distribuciones metaméricas utilizadas no se comportan como tales para los 10 observadores de Stiles-Burch. Para poder analizar con más precisión cuál es el observador que percibe los estímulos de color más diferentes, vamos a diseñar un criterio que nos sirva para seleccionar una distribución metamérica de referencia respecto del cual calcularemos las diferencias de color con las otras 11.

Si nos fijamos en los valores para cada observador y observamos cuál es la distribución metamérica que proporciona el valor más bajo, deducimos que la número 2 es el que menores diferencias produce en el 60% de los observadores utilizados, la número 9 en el 30% y la distribución número 6 en el 10% (ver última fila de la Tabla 5.3). Esto nos hace decantarnos por utilizar la distribución número 2 de referencia. Para el observador de referencia CIE31 las diferencias de color,  $\Delta E_{n,2}^{CIE31}$ , de todas las distribuciones metaméricas respecto de la número 2 son las mostradas en la Tabla 5.4 y cuyo valor medio de las diferencias es 0,086.

En el caso de los 10 observadores de Stiles-Burch, las diferencias de color que consideraremos serán  $\Delta E_{n,2}^k$  con  $k = SB1, SB2...SB10$ , mostradas en la Tabla 5.5.

En el caso del observador CIE31, ver Tabla 5.2, las diferencias de color son esencialmente despreciables y podemos decir que las 12 distribuciones metaméricas propuestas por G. Wyszecki [WYS62] para el observador CIE64 lo son también metaméricas para el observador CIE31, toda vez que dichas diferencias no llegan a la unidad. En el caso de los observadores de Stiles-Burch, ver Tabla 5.3, estas diferencias son superiores a 2 unidades, oscilando entre 2,3583 y 8,4381, que por tratarse de unidades CIELAB estaríamos

| $n/k$       | $SB1$  | $SB2$  | $SB3$  | $SB4$  | $SB5$  | $SB6$  | $SB7$  | $SB8$  | $SB9$  | $SB10$ |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Metámero 1  | 5,6519 | 3,7497 | 5,9982 | 4,8536 | 6,4708 | 7,6680 | 7,2088 | 7,0365 | 6,1667 | 7,5032 |
| Metámero 2  | 3,0478 | 2,4125 | 3,7638 | 3,1748 | 4,1981 | 3,5440 | 4,4918 | 4,1550 | 3,9369 | 4,5424 |
| Metámero 3  | 5,4356 | 2,4710 | 5,8004 | 4,4713 | 5,9671 | 5,7556 | 6,3230 | 6,8490 | 5,5572 | 6,8968 |
| Metámero 4  | 4,0423 | 3,5969 | 4,8143 | 3,9783 | 5,0975 | 4,6167 | 6,3535 | 5,7830 | 5,3329 | 5,5465 |
| Metámero 5  | 3,5834 | 4,0958 | 5,5216 | 4,8947 | 6,2267 | 3,8632 | 7,5784 | 6,4085 | 6,5143 | 6,6764 |
| Metámero 6  | 4,9086 | 2,3583 | 4,9618 | 3,8280 | 5,1470 | 5,8135 | 5,8677 | 6,0444 | 4,9881 | 5,7729 |
| Metámero 7  | 3,1227 | 2,4041 | 3,8563 | 3,4738 | 4,3365 | 3,5526 | 5,2446 | 4,5920 | 4,2089 | 4,6929 |
| Metámero 8  | 3,8221 | 2,4490 | 4,5748 | 3,5215 | 4,6044 | 4,8392 | 5,1082 | 5,2447 | 4,5502 | 5,6132 |
| Metámero 9  | 3,3864 | 2,4334 | 3,6543 | 3,1745 | 4,2323 | 4,2073 | 4,6051 | 4,2649 | 3,8759 | 4,5471 |
| Metámero 10 | 3,5396 | 2,4035 | 4,1904 | 4,3168 | 6,0176 | 3,6138 | 6,3372 | 5,0698 | 4,2798 | 5,5962 |
| Metámero 11 | 4,9749 | 2,6006 | 4,8222 | 3,9099 | 5,2487 | 6,4114 | 5,8729 | 6,0241 | 4,8622 | 5,7745 |
| Metámero 12 | 3,7204 | 3,1336 | 5,0501 | 5,2880 | 7,2891 | 4,7867 | 6,3769 | 5,0810 | 5,2749 | 8,4381 |
| V. Mínimo   | 3,0478 | 2,3583 | 3,6543 | 3,1745 | 4,1981 | 3,5440 | 4,4918 | 4,1550 | 3,8759 | 4,5424 |
| Metámero N° | 2      | 6      | 9      | 9      | 2      | 2      | 2      | 2      | 9      | 2      |

Tabla 5.3: Diferencias de color promediadas entre las 12 distribuciones metaméricas consideradas,  $\Delta E_n^k$  con  $k = SB1, SB2...SB10$ , para los 10 observadores de Stiles-Burch. En las dos últimas filas se muestran el valor mínimo por observador y la distribución metamérica a la que está asociado dicho valor.

| Metámero | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| CIE31    | 0,015 | 0,000 | 0,052 | 0,108 | 0,007 | 0,034 | 0,148 | 0,056 | 0,314 | 0,033 | 0,098 | 0,010 |

Tabla 5.4: Diferencias de color,  $\Delta E_{n,2}^{CIE31}$ , para el observador CIE31 entre las 12 distribuciones metaméricas consideradas y la distribución metamérica número 2.

hablando de grandes diferencias de color. Si nos fijamos en la Tabla 5.5 observamos que las medias de las diferencias para cada observador oscilan entre 2,4125 para el observador SB2 y 4,5424 para el observador SB10, lo que significa que incluso seleccionando como referencia la distribución metamérica que menos diferencias de color produce con el resto (la número 2), las diferencias de color obtenidas son bastante elevadas, y consecuentemente dichas distribuciones metaméricas distan mucho de ser metaméricas para el conjunto de observadores Stiles-Burch.

Si estos resultados los promediamos al número de distribuciones metaméricas podemos asignar un orden entre los observadores en lo concerniente a la percepción de diferencias de color (ver las dos últimas filas de la Tabla 5.5). Como se muestra en la Tabla 5.6 podemos concluir que el observador  $SB2$  es el observador más parecido al  $CIE31$  mientras que el observador  $SB10$  es para el que las diferencias de color producidas por el conjunto de las distribuciones metaméricas es mayor.

| $n/k$       | $SB1$  | $SB2$  | $SB3$  | $SB4$  | $SB5$  | $SB6$  | $SB7$  | $SB8$  | $SB9$  | $SB10$ |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Metámero 1  | 5,3722 | 3,7984 | 5,2469 | 4,6791 | 6,3229 | 7,6277 | 6,7589 | 6,1245 | 5,8906 | 6,8150 |
| Metámero 2  | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| Metámero 3  | 4,7934 | 2,2247 | 5,7587 | 3,9961 | 5,3445 | 4,5784 | 4,8353 | 6,1116 | 5,0960 | 6,1281 |
| Metámero 4  | 2,9896 | 2,7801 | 3,7905 | 2,3758 | 3,0136 | 3,1469 | 4,1956 | 4,1294 | 3,6103 | 3,6174 |
| Metámero 5  | 1,3604 | 2,7507 | 3,1447 | 3,1187 | 3,6977 | 1,1064 | 5,6485 | 4,2197 | 4,2899 | 4,1358 |
| Metámero 6  | 4,3434 | 1,4788 | 3,3450 | 2,5602 | 3,5506 | 5,3949 | 4,4743 | 4,6111 | 3,3821 | 3,7493 |
| Metámero 7  | 1,3746 | 2,4646 | 3,0886 | 3,0070 | 3,3973 | 0,6079 | 3,9870 | 3,0302 | 3,7119 | 3,1261 |
| Metámero 8  | 2,7522 | 1,7001 | 3,9330 | 1,8648 | 2,3334 | 3,5367 | 2,3430 | 3,9432 | 3,1836 | 3,9056 |
| Metámero 9  | 1,8532 | 2,5012 | 2,3562 | 2,2247 | 3,1014 | 2,4618 | 2,5349 | 1,7302 | 2,8606 | 2,6958 |
| Metámero 10 | 2,3488 | 2,1936 | 3,6243 | 4,2496 | 5,9855 | 0,8303 | 5,5148 | 3,8368 | 3,8220 | 4,7532 |
| Metámero 11 | 4,5642 | 2,3562 | 3,5657 | 3,2043 | 4,4482 | 6,2378 | 4,8691 | 4,8018 | 3,9987 | 4,3410 |
| Metámero 12 | 1,7737 | 2,2891 | 3,5480 | 3,6422 | 4,9840 | 3,4555 | 4,2482 | 3,1667 | 3,4604 | 6,6992 |
| MEDIA       | 3,0478 | 2,4125 | 3,7638 | 3,1748 | 4,1981 | 3,5440 | 4,4918 | 4,1550 | 3,9369 | 4,5424 |
| ORDEN       | 2      | 1      | 5      | 3      | 8      | 4      | 9      | 7      | 6      | 10     |

Tabla 5.5: Diferencias de color,  $\Delta E_{n,2}^k$  con  $k = SB1, SB2...SB10$ , para los 10 observadores de Stiles-Burch. En las dos últimas filas se muestran, por un lado el valor medio de las diferencias para cada observador y por otro el orden asignado a cada observador de acuerdo al valor de dicha media.

|      | <i>ORDEN</i> |
|------|--------------|
| SB2  | 1            |
| SB1  | 2            |
| SB4  | 3            |
| SB6  | 4            |
| SB3  | 5            |
| SB9  | 6            |
| SB8  | 7            |
| SB5  | 8            |
| SB7  | 9            |
| SB10 | 10           |

Tabla 5.6: Observadores de Stiles-Burch ordenados de menor a mayor percepción de las diferencias de color calculadas para las 12 distribuciones metaméricas publicadas por G. Wyszecki [WYS62].

## 5.2. Variabilidad inter-observadores en la percepción de las pequeñas diferencias de color

Consideramos los umbrales de diferencia de color alrededor de un conjunto de centros del color (los centros del color están marcados con  $l$ , donde  $l$  va de 1 a  $R$ ). Los elipsoides describen umbrales de diferencia de color y la elipse generada por la sección que corta al diagrama cromático describe el umbral deromaticidad, así los parámetros necesarios para caracterizar los umbrales son el ángulo  $\theta$ , que indica la orientación del semieje mayor con respecto al eje  $x$ , y los semiejes  $a$  y  $b$ . El centro de cada elipse es designado por  $(x_0^l, y_0^l)$ , y la luminancia media por  $X_{2,0}^l$ , por lo tanto en el diagrama cromático representaríamos

las elipses de diferencias de color como se muestra en la Fig. 5.1.

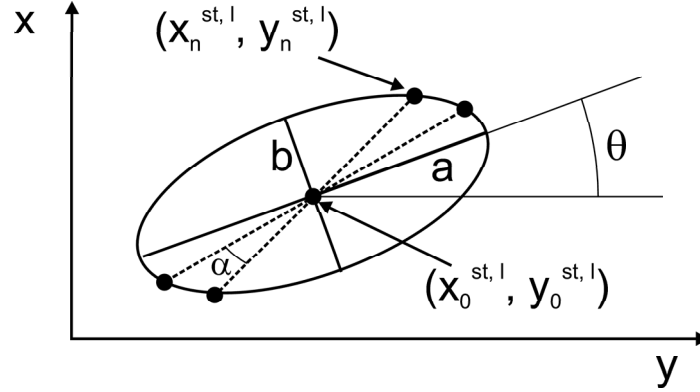


Figura 5.1: Elipse de diferencias de color asociada al observador de referencia.  $(x_0^{st,l}, y_0^{st,l})$  representa las coordenadas cromáticas del centro de la elipse mientras que  $(x_n^{st,l}, y_n^{st,l})$  representa las coordenadas cromáticas de los puntos de corte de los bordes de la elipse seleccionados.

El procedimiento para evaluar cómo las diferencias de color son percibidas por un conjunto dado de observadores (nombrados con el superíndice  $k$ ) es el siguiente:

1. Seleccionamos un conjunto de centros de color,  $X_{i,0}^{st,l}$  ( $i = 1, 2, 3$ ,  $l = 1, 2, 3, 4, 5$ , y el superíndice  $st$  indica que el valor triestímulo está asociado al observador de referencia) y sus correspondientes umbrales de diferencias de color publicados en la Ref. [MEL99]. En dicha publicación también se detalla los niveles de luminancia, por lo que podemos transformar los valores triestímulo en coordenadas cromáticas y así, en el diagrama cromático representaríamos las elipses de diferencias de color con los centros respectivos.
2. Calculamos los puntos de corte de las líneas rectas que contienen el centro del umbral con el borde de las elipses:  $(x_n^{st,l}, y_n^{st,l})$ . Esto proporciona las coordenadas cromáticas de los bordes. Podemos calcular los valores triestímulo de cada punto de corte,  $X_{i,n}^{st,l}$ , considerando las luminancias correspondientes de cada centro. El número de líneas rectas se puede seleccionar cambiando su pendiente al variar los ángulos  $\alpha$  (ver Fig. 5.1). En nuestro caso variamos el ángulo  $\alpha$  de  $10^\circ$  en  $10^\circ$ , por ello  $n$  varía desde 1 hasta 36 (puntos de corte).
3. Calculamos las diferencias de color,  $\Delta E_{0,n}^{st,l}$ , entre  $X_{i,0}^{st,l}$  y  $X_{i,n}^{st,l}$  para el observador de referencia, usando las fórmulas de diferencia de color de CIELAB [CIE86].
4. Utilizando la técnica descrita en las Refs. [ZOI95, EZQ97], generamos una distribución espectral metamérica respecto del observador de referencia, para el centro de color  $l$ . Calculamos los valores triestímulo asociados a dicha distribución para el conjunto de los observadores seleccionados. Esta distribución espectral reproduce los valores triestímulo del centro de color  $l$  para el observador de referencia:  $X_{i,0}^{st,l}$ .
5. Para cada punto de intersección de las rectas con la elipse se ha generado una distribución espectral, estas distribuciones reproducen respectivamente los valores triestímulo de cada punto para el observador de referencia. Hemos evaluado los valores triestímulo  $X_{i,n}^{k,l}$  asociados a estas distribuciones espectrales para el mismo conjunto de observadores.

6. Calculamos las diferencias de color entre  $X_{i,0}^{k,l}$  y  $X_{i,n}^{k,l}$  para dicho conjunto de observadores, usando las fórmulas de diferencia de color de CIELAB:  $\Delta E_{0,n}^{k,l}$ .
7. Realizamos un análisis estadístico de los conjuntos de datos  $\Delta E_{0,n}^{st,l}$  y  $\Delta E_{0,n}^{k,l}$  para determinar la similitud entre los observadores en lo concerniente a la percepción de las pequeñas diferencias de color. Con este propósito hemos calculado los parámetros estadísticos usuales, en particular los valores medios ( $\overline{\Delta E}^{k,l}$ ) y desviaciones típicas ( $\sigma^{k,l}$ ).

El objetivo es analizar cómo diferentes observadores evalúan las diferencias de color para un conjunto dado de pares de estímulos físicos que son justamente distinguibles para un observador de referencia. Para hacerlo, evaluamos las diferencias entre cada observador individual y uno de referencia, que consideraremos el observador patrón CIE 1931 [WYS82]). Las funciones de igualación de color de los demás observadores utilizados serán las de los diez observadores de Stiles-Burch [TRE87], para campos visuales de 2°.

| 1 (CENTRO)     | $x_0^l$ | $y_0^l$ | $X_{2,0}^l$ |
|----------------|---------|---------|-------------|
| 1 (acromático) | 0,3143  | 0,3278  | 55,26       |
| 2 (amarillo)   | 0,3870  | 0,4278  | 53,01       |
| 3 (azul)       | 0,2176  | 0,2163  | 21,71       |
| 4 (rojo)       | 0,4810  | 0,3415  | 26,07       |
| 5 (verde)      | 0,2474  | 0,3609  | 42,75       |

Tabla 5.7: Coordenadas cromáticas y niveles de luminancia ( $cd/m^2$ ) de los centros de color considerados.

Los centros de color utilizados en nuestro análisis se muestran en la Tabla 5.7 y son los expuestos en la Ref. [MEL99]. Los valores triestímulo del centro del elipsoide ( $X_{i,0}^{st,l}$ ) se pueden calcular tomando los datos proporcionados en las columnas 2, 3 y 8 de la Tabla I de la Ref. [MEL99]. Mediante el uso de los datos suministrados, para un observador (el observador MP), en la Tabla II, de dicha referencia, podemos determinar la intersección de las líneas rectas que contienen el centro de la elipse de cromaticidad con el límite del umbral,  $X_{i,n}^{st,l}$  (ver Fig. 5.1). Es necesario saber la diferencia  $\Delta Y$  entre la luminancia del centro y un punto en la superficie del elipsoide con las mismas coordenadas cromáticas para determinar los valores triestímulo correspondientes (ver columna 6 de la Tabla II en la Ref. [MEL99]). Finalmente destacamos que los datos para el estímulo acromático de referencia utilizado para la transformación a CIELAB están también proporcionados en la mencionada referencia y son  $X = 66,9, Y = 70,0, Z = 73,5$ .

En la Tabla 5.8 se muestra, en las columnas de la 1 a la 10, las diferencias de color señaladas en el punto 6 anteriormente mencionado y los datos mostrados en la columna 11 son los del punto 3. Se han reproducido los resultados obtenidos para el centro de color acromático considerado en la Ref. [MEL99] para cada uno de los observadores estudiados en la Ref. [TRE87]. También hemos reproducido los resultados para el observador patrón en la última columna de la Tabla 5.8. Una simple inspección de la Tabla 5.8 revela que, para cada observador, las diferencias de color entre los pares de estímulos físicos presentan una alta dispersión. Hemos reflejado esta dispersión representando en la Fig. 5.2, para el centro acromático, las diferencias de color de dos observadores, el que produce diferencias mayores (SB8),  $\Delta E_{0,n}^{SB8,1}$ , y el que las produce menores (SB2),  $\Delta E_{0,n}^{SB2,1}$ , frente al observador CIE31,  $\Delta E_{0,n}^{CIE31,1}$ .

Respecto de los otros centros del color analizados en la Ref. [MEL99] el comportamiento es similar al obtenido para el centro acromático. Por brevedad no hemos reproducido la lista completa de las Tablas

| $n/k$ | SB1  | SB2  | SB3  | SB4  | SB5  | SB6  | SB7  | SB8  | SB9  | SB10 | CIE31 |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 1     | 1,26 | 1,23 | 1,22 | 1,47 | 1,52 | 1,19 | 1,27 | 1,30 | 1,13 | 1,17 | 1,18  |
| 2     | 1,42 | 1,24 | 1,40 | 1,54 | 1,69 | 1,26 | 1,38 | 1,47 | 1,26 | 1,30 | 1,17  |
| 3     | 1,59 | 1,27 | 1,59 | 1,63 | 1,88 | 1,38 | 1,53 | 1,66 | 1,43 | 1,46 | 1,22  |
| 4     | 1,78 | 1,32 | 1,79 | 1,74 | 2,07 | 1,52 | 1,69 | 1,85 | 1,61 | 1,65 | 1,30  |
| 5     | 1,97 | 1,40 | 1,98 | 1,86 | 2,25 | 1,66 | 1,85 | 2,04 | 1,80 | 1,84 | 1,41  |
| 6     | 2,16 | 1,49 | 2,16 | 1,97 | 2,41 | 1,80 | 2,01 | 2,22 | 1,98 | 2,03 | 1,52  |
| 7     | 2,32 | 1,58 | 2,33 | 2,07 | 2,55 | 1,92 | 2,15 | 2,39 | 2,14 | 2,22 | 1,63  |
| 8     | 2,46 | 1,66 | 2,46 | 2,15 | 2,67 | 2,02 | 2,27 | 2,53 | 2,28 | 2,38 | 1,73  |
| 9     | 2,58 | 1,73 | 2,57 | 2,21 | 2,74 | 2,10 | 2,36 | 2,64 | 2,39 | 2,52 | 1,79  |
| 10    | 2,66 | 1,77 | 2,63 | 2,23 | 2,79 | 2,13 | 2,41 | 2,72 | 2,47 | 2,62 | 1,83  |
| 11    | 2,70 | 1,79 | 2,67 | 2,22 | 2,79 | 2,14 | 2,42 | 2,76 | 2,52 | 2,69 | 1,84  |
| 12    | 2,70 | 1,78 | 2,66 | 2,18 | 2,75 | 2,10 | 2,40 | 2,77 | 2,52 | 2,72 | 1,81  |
| 13    | 2,67 | 1,74 | 2,61 | 2,10 | 2,68 | 2,03 | 2,35 | 2,74 | 2,49 | 2,72 | 1,74  |
| 14    | 2,60 | 1,68 | 2,53 | 1,99 | 2,57 | 1,93 | 2,25 | 2,68 | 2,42 | 2,67 | 1,66  |
| 15    | 2,50 | 1,58 | 2,41 | 1,85 | 2,43 | 1,81 | 2,13 | 2,58 | 2,32 | 2,58 | 1,55  |
| 16    | 2,36 | 1,47 | 2,27 | 1,70 | 2,26 | 1,66 | 1,98 | 2,45 | 2,19 | 2,46 | 1,43  |
| 17    | 2,21 | 1,34 | 2,10 | 1,53 | 2,08 | 1,51 | 1,82 | 2,30 | 2,04 | 2,31 | 1,31  |
| 18    | 2,04 | 1,21 | 1,92 | 1,36 | 1,89 | 1,36 | 1,64 | 2,13 | 1,87 | 2,14 | 1,21  |
| 19    | 1,85 | 1,08 | 1,73 | 1,22 | 1,69 | 1,23 | 1,47 | 1,95 | 1,70 | 1,95 | 1,16  |
| 20    | 1,68 | 0,98 | 1,55 | 1,10 | 1,51 | 1,14 | 1,32 | 1,76 | 1,54 | 1,75 | 1,15  |
| 21    | 1,51 | 0,92 | 1,38 | 1,04 | 1,34 | 1,10 | 1,19 | 1,58 | 1,39 | 1,56 | 1,20  |
| 22    | 1,36 | 0,90 | 1,24 | 1,03 | 1,21 | 1,11 | 1,11 | 1,41 | 1,27 | 1,38 | 1,29  |
| 23    | 1,25 | 0,94 | 1,13 | 1,07 | 1,12 | 1,16 | 1,08 | 1,27 | 1,18 | 1,23 | 1,40  |
| 24    | 1,17 | 1,01 | 1,05 | 1,15 | 1,06 | 1,23 | 1,08 | 1,15 | 1,13 | 1,11 | 1,53  |
| 25    | 1,12 | 1,11 | 1,01 | 1,25 | 1,04 | 1,31 | 1,12 | 1,06 | 1,11 | 1,04 | 1,64  |
| 26    | 1,10 | 1,20 | 1,00 | 1,34 | 1,04 | 1,39 | 1,17 | 0,99 | 1,12 | 1,01 | 1,73  |
| 27    | 1,09 | 1,29 | 0,99 | 1,42 | 1,05 | 1,45 | 1,21 | 0,95 | 1,13 | 1,01 | 1,80  |
| 28    | 1,09 | 1,36 | 0,99 | 1,47 | 1,06 | 1,48 | 1,25 | 0,93 | 1,14 | 1,02 | 1,84  |
| 29    | 1,08 | 1,41 | 0,98 | 1,51 | 1,07 | 1,48 | 1,26 | 0,91 | 1,14 | 1,04 | 1,84  |
| 30    | 1,07 | 1,44 | 0,97 | 1,52 | 1,06 | 1,46 | 1,26 | 0,90 | 1,12 | 1,05 | 1,81  |
| 31    | 1,05 | 1,44 | 0,94 | 1,52 | 1,06 | 1,42 | 1,23 | 0,89 | 1,09 | 1,04 | 1,75  |
| 32    | 1,03 | 1,43 | 0,92 | 1,49 | 1,07 | 1,35 | 1,20 | 0,89 | 1,05 | 1,03 | 1,67  |
| 33    | 1,01 | 1,39 | 0,90 | 1,46 | 1,09 | 1,28 | 1,17 | 0,90 | 1,01 | 1,02 | 1,56  |
| 34    | 1,02 | 1,35 | 0,92 | 1,43 | 1,15 | 1,21 | 1,14 | 0,95 | 0,99 | 1,02 | 1,45  |
| 35    | 1,06 | 1,30 | 0,98 | 1,42 | 1,24 | 1,17 | 1,15 | 1,03 | 0,99 | 1,03 | 1,33  |
| 36    | 1,14 | 1,26 | 1,08 | 1,43 | 1,36 | 1,15 | 1,18 | 1,15 | 1,04 | 1,08 | 1,24  |

Tabla 5.8: Diferencias de color para el centro acromático,  $\Delta E_{0,n}^{k,1}$  con  $k = SB1, SB2 \dots SB10$  y  $n = 1, 2, \dots, 36$ .

correspondientes a todos los centros del color. En lugar de reproducir la lista completa de las Tablas, hemos reflejado en la Tabla 5.9 los valores promedio ( $\overline{\Delta E}^{k,l}$ ) y las desviaciones típicas ( $\sigma^{k,l}$ ) para cada observador y para todos los centros del color. Los datos que se muestran en la Tabla 5.9 indican que las discrepancias al evaluar las diferencias de color no sólo dependen de las funciones de igualación de

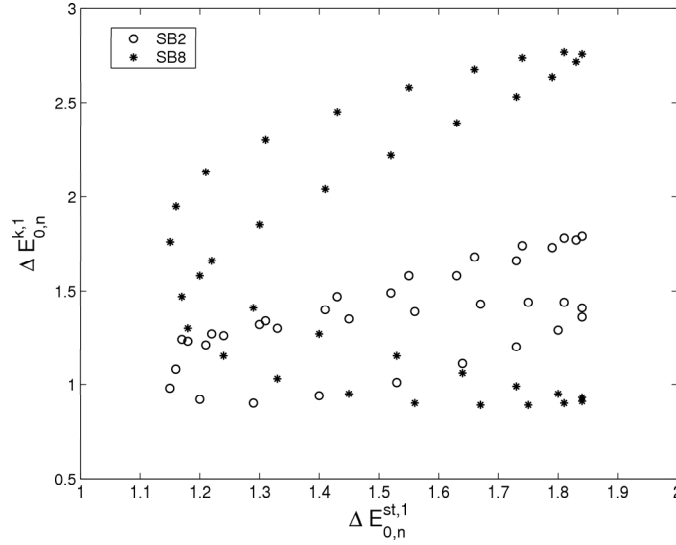


Figura 5.2:  $\Delta E_{0,n}^{SB2,1}$  y  $\Delta E_{0,n}^{SB8,1}$  frente a  $\Delta E_{0,n}^{CIE31,1}$ .

color de los observadores considerados sino también presenta, variaciones fuertes dependiendo del centro de color. Hay que destacar que, en general, el intervalo de igualación de color para un observador dado ( $k$ ) y cualquiera de los centros del color ( $l$ ) viene dado por  $[\overline{\Delta E}^{k,l} - \sigma^{k,l}, \overline{\Delta E}^{k,l} + \sigma^{k,l}]$ , normalmente es más grande que el intervalo correspondiente a las igualaciones de color asociado al observador de la referencia. Hay unas pocas excepciones a esta regla: el observador SB2 para centro del color verde, y el observador SB6 para los centros del color azul y rojo. También hay que hacer notar que mientras las elipses de discriminación cromática se determinaron para el mismo nivel de confianza en la Ref. [MEL99], la diferencia de color para el centro del color rojo en unidades CIELAB son más grandes en promedio que las asociadas otros centros del color, para el mismo observador de referencia, el observador patrón CIE 1931.

Es deseable obtener un parámetro cuantitativo que permita evaluar las diferencias de color. Una forma de hacerlo es estimar las desviaciones relativas mediante el cálculo de la siguiente magnitud

$$da_n^{k-st,l} = \frac{|\Delta E_{0,n}^{st,l} - \Delta E_{0,n}^{k,l}|}{\Delta E_{0,n}^{st,l}} \times 100, \quad (5.6)$$

que representa el porcentaje de desviación de las diferencias de color entre el observador  $st$  y el observador  $k$  para el centro del color  $l$ . Esta magnitud proporciona una estimación local de la asimetría en las diferencias de color en cada dirección para un centro del color dado.

La Fig. 5.3 (a) muestra la magnitud  $da_n^{k-st,1}$  para el centro de color acromático ( $l = 1$ ), y para los observadores SB2 ( $k = 2$ , en la figura se muestra con  $\circ$ ) y SB8 ( $k = 8$ , en la figura se muestra con  $+$ ). Esta figura revela que la magnitud  $da_n^{k-st,1}$  presenta desviaciones tan altas como de un 75% al estimar las diferencias de color para el centro de color acromático. Hay que destacar que el observador SB8 (SB2) es el que en promedio presenta el valor más alto (bajo) de las diferencias de color, según los



|                             | SB1  | SB2  | SB3  | SB4  | SB5  | SB6  | SB7  | SB8  | SB9  | SB10 | CIE31 |
|-----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| $\overline{\Delta E}^{k,1}$ | 1,71 | 1,36 | 1,64 | 1,60 | 1,76 | 1,52 | 1,60 | 1,72 | 1,61 | 1,69 | 1,52  |
| $\sigma^{k,1}$              | 0,63 | 0,25 | 0,65 | 0,37 | 0,66 | 0,34 | 0,48 | 0,70 | 0,56 | 0,65 | 0,24  |
| $\overline{\Delta E}^{k,2}$ | 2,48 | 2,26 | 2,42 | 2,54 | 2,46 | 2,46 | 2,48 | 2,42 | 2,50 | 2,53 | 2,47  |
| $\sigma^{k,2}$              | 0,42 | 0,53 | 0,48 | 0,61 | 0,52 | 0,63 | 0,62 | 0,63 | 0,49 | 0,50 | 0,34  |
| $\overline{\Delta E}^{k,3}$ | 2,11 | 2,01 | 2,09 | 2,23 | 2,14 | 1,90 | 2,50 | 2,14 | 2,34 | 2,26 | 2,31  |
| $\sigma^{k,3}$              | 0,76 | 0,65 | 0,82 | 0,80 | 0,82 | 0,55 | 1,03 | 0,91 | 1,05 | 0,99 | 0,56  |
| $\overline{\Delta E}^{k,4}$ | 4,70 | 4,54 | 4,59 | 4,60 | 4,52 | 3,99 | 4,74 | 4,55 | 4,93 | 5,17 | 4,43  |
| $\sigma^{k,4}$              | 1,79 | 1,67 | 1,69 | 1,66 | 1,59 | 1,26 | 1,87 | 1,73 | 1,94 | 2,17 | 1,44  |
| $\overline{\Delta E}^{k,5}$ | 2,29 | 2,10 | 2,30 | 2,37 | 2,39 | 2,22 | 2,44 | 2,21 | 2,36 | 2,41 | 2,34  |
| $\sigma^{k,5}$              | 0,51 | 0,42 | 0,58 | 0,59 | 0,64 | 0,57 | 0,61 | 0,54 | 0,55 | 0,56 | 0,63  |

Tabla 5.9: Valores medios ( $\overline{\Delta E}^{k,l}$ ) y desviaciones típicas ( $\sigma^{k,l}$ ) de las diferencias de color para los diferentes centros de color:  $l = 1$  centro acromático,  $l = 2$  centro amarillo,  $l = 3$  centro azul,  $l = 4$  centro rojo, y  $l = 5$  centro verde.

datos mostrados en la Tabla 5.9. Para el observador SB2 el porcentaje de desviaciones es alrededor del 10 % para varios pares de muestras metaméricas y para cierto valor de  $n$  se aumenta el porcentaje hasta 33 %. Esta asimetría en el porcentaje de desviaciones es una indicación de que los umbrales de diferencia de color para el observador SB2 y para el observador de la referencia difieren en forma y orientación entre ellos. Se aprecia esta diferencia fuertemente para el caso de observador SB8. Las Figs. 5.3 (b) y (e) presentan los porcentajes de desviación para los mismos observadores pero para otros centros del color. Las discrepancias al evaluar las diferencias de color varían drásticamente cuando consideramos centros del color diferentes. Las discrepancias más pequeñas son las asociadas al centro del color verde (ver la Fig. 5.3(e)), y las más grandes son las asociadas al centro del color azul (ver la Fig. 5.3(c)). Estos sorprendentes resultados se parecen a los obtenidos en las Refs. [EZQ01, EZQ03], donde las mayores (menores) discrepancias al evaluar la percepción absoluta de estímulos físicos eran las asociadas al centro del color azul (verde).

Estos resultados proporcionan una confirmación sobre la no reciprocidad entre el comportamiento colorimétrico de dos observadores reales [EZQ01]. Además, proporcionan una demostración convincente de cómo la variabilidad de las funciones de igualación de color no sólo influyen en la percepción absoluta de estímulos físicos, sino también en la evaluación de pequeñas diferencias de color.

Finalmente, utilizaremos un descriptor estadístico en la evaluación de las pequeñas diferencias de color para explorar el grado de similitud entre un conjunto de observadores y un observador de referencia. A primera vista podríamos tratar de usar el promedio de las cantidades  $\overline{\Delta E}^{k,l}$  a todos los centros de color, i.e.,  $\overline{\Delta E}^k = \frac{1}{5} \sum_{l=1}^5 \overline{\Delta E}^{k,l}$ . Sin embargo éste no es un procedimiento adecuado ya que las cantidades  $\overline{\Delta E}^{k,m}$  presentan una alta dispersión en las correspondientes desviaciones típicas ( $\sigma^{k,l}$ ). Teniendo en cuenta esto utilizaremos los coeficientes de variación  $CV^{k,l}$  definidos como

$$CV^{k,l} = \frac{\sigma^{k,l}}{\overline{\Delta E}^{k,l}}. \quad (5.7)$$

El promedio de las cantidades dadas por la ecuación (5.7) sobre todos los centros del color proporciona

un estimador global de la similitud entre el observador  $k$  y el observador de referencia al evaluar las diferencias de color, i.e, podemos calcular

$$CV^k = \frac{1}{5} \sum_{l=1}^5 CV^{k,l}. \quad (5.8)$$

Para el caso del observador estandar  $CV^{st} = 0,23$  y para el conjunto de observadores se muestran los valores en la Tabla 5.10. En la columna 3 reflejamos el orden de semejanza con respecto al observador patrón. Así, podemos asignar a los observadores un orden de semejanza en la percepción de diferencias

| Observer | $CV^k$ | Order |
|----------|--------|-------|
| SB2      | 0,2628 | 1     |
| SB6      | 0,2683 | 2     |
| SB4      | 0,2870 | 3     |
| SB1      | 0,3001 | 4     |
| SB5      | 0,3185 | 5     |
| SB7      | 0,3219 | 6     |
| SB3      | 0,3220 | 7     |
| SB9      | 0,3227 | 8     |
| SB10     | 0,3355 | 9     |
| SB8      | 0,3441 | 10    |

Tabla 5.10: Valores promedio dados por la ecuación (5.8). En la columna 3 se muestra el orden de semejanza respecto al observador CIE31 de acuerdo con estos valores.

de color con respecto al observador patrón debido al análisis de la similitud entre  $CV^{st}$  y  $CV^k$ . Es sorprendente que el orden de semejanza obtenido al utilizar este método es muy similar al que se obtuvo en la Ref. [EZQ03], donde los autores consideraron el orden de semejanza entre un conjunto de observadores y un observador de referencia al evaluar sus correspondientes comportamientos colorimétricos (ver la Tabla VII en la Ref. [EZQ03]).

Así, el método desarrollado en este trabajo proporciona una comprobación más amplia de la importancia de la matriz característica cuando consideramos el comportamiento en cuanto a la percepción colorimétrica de un observador dado.

Sabemos que diferentes distribuciones espectrales producen estímulos visuales que dependen de la respuesta espectral específica del sistema visual que viene caracterizada por las funciones de igualación de color. Conociendo los umbrales de diferencia de color para un observador y para un conjunto de centros, hemos calculado las diferencias de color entre estos centros y diferentes puntos del umbral correspondiente. Hemos producido distribuciones espectrales metaméricas respecto de un observador de referencia tanto para los centros de color como para los puntos del umbral considerados, mediante la utilización de un software de propósito específico [ZOI95, EZQ97]. Para un conjunto de observadores hemos calculado las nuevas diferencias de color. Al final se a proporcionado un método para estimar la semejanza en la percepción entre un conjunto de observadores y uno de referencia al evaluar pequeñas diferencias de color.

En promedio las diferencias entre las igualaciones hechas para dos observadores diferentes se estimó entorno de 2,5 unidades CIELAB, resultado que está en concordancia con el trabajo experimental llevado a cabo por Alfvén y Fairchild [ALF97].

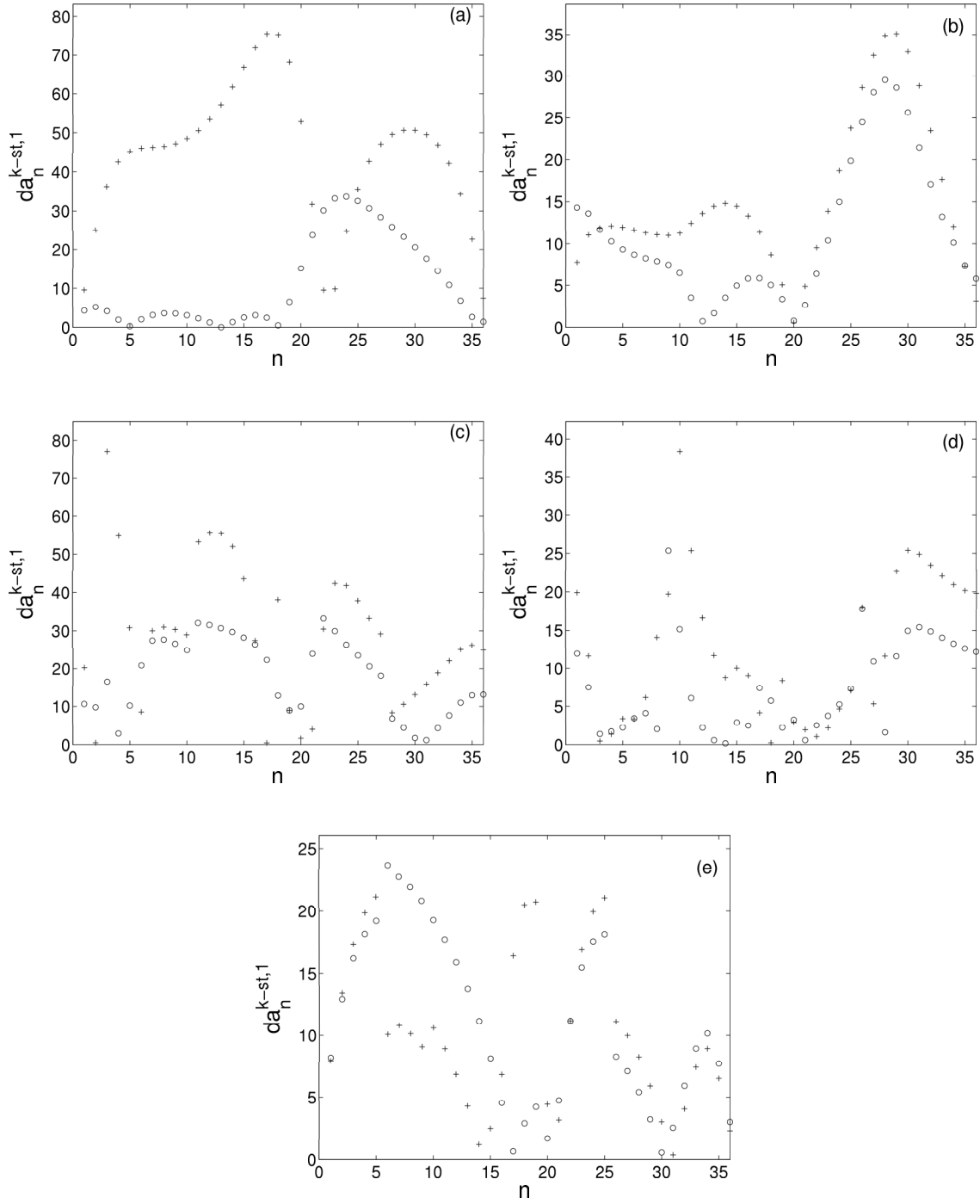


Figura 5.3: Porcentaje de desviación  $da_n^{2-st,l}$  (o) y  $da_n^{8-st,l}$  (+) para los diferentes centros de color (a)  $l=1$  para el acromático, (b)  $l=2$  para el amarillo, (c)  $l=3$  para el azul, (d)  $l=4$  para el rojo y (e)  $l=5$  para el verde.



## Capítulo 6

# Percepción de los umbrales de luminancia

Presentamos un método para analizar la influencia de las funciones de igualación de color en la percepción de umbrales de luminancia, los cuales son evaluados en términos de la fracción de Weber. Las igualaciones de luminancia con cromaticidad fija muestran una dependencia con las funciones de igualación de color de cada observador. Demostramos que la influencia del nivel de luminancia en los umbrales de luminancia es independiente del observador en el régimen de luminancias altas,  $1fL < X_2 < 7fL$ , mientras que para niveles de luminancia moderados y bajos,  $0,02fL < X_2 < 1fL$  ( $1fL = 3,426 \text{ cd/m}^2$ ), se encuentra una gran variabilidad inter-observadores.

En este Capítulo, nos interesamos por el análisis de cómo las funciones de igualación de color afectan a la habilidad promedio de varios observadores al evaluar los umbrales de luminancia. También consideramos la influencia del nivel de luminancia en dicha habilidad. Estos problemas están estrechamente relacionados con la variabilidad inter-observadores en la discriminación del color. Para estos propósitos usaremos el conjunto de datos suministrados en las Refs. [BRO49, BRO51], ya que los autores de estos trabajos proporcionan los datos completos necesarios para el análisis que llevaremos a cabo. En la Sección 6.1 presentamos una descripción breve del desarrollo teórico y en la Sección 6.2 presentamos los resultados y la discusión de los mismos.

### 6.1. Evaluación de la Fracción de Weber

Al igual que en el Capítulo anterior  $\{\hat{x}_i^k(\lambda)\}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) es el conjunto de las funciones de igualación de color asociadas al observador  $k$ . Para una distribución de potencia espectral radiante  $\rho(\lambda)$ , los valores triestímulo correspondientes vienen dados por la Eq. (5.3).

Consideremos los umbrales de diferencias de color en torno a un conjunto de centros de color (los centros de color están nombrados con el índice  $m$ , el cual va desde 1 hasta  $S$ ). Cada umbral puede ser especificado en términos de un elipsoide mediante sus coeficientes correspondientes. Los parámetros necesarios para caracterizar los umbrales son los valores triestímulo del centro y la matriz de covarianza obtenida en los experimentos de igualación de color (Refs. [BRO49, CAR99]). Considerando un centro de color  $m$  cuya cromaticidad para un observador de referencia (indicado con el superíndice  $st$ ) es  $(x_0^{st,m}, y_0^{st,m})$  con luminancia media  $X_{2,0}^{st,m}$ . Para este estímulo de color podemos determinar los umbrales superior/inferior  $(X_{2,u}^{st,m}/X_{2,d}^{st,m})$  de acuerdo con el procedimiento desarrollado en la Ref. [CAR02]. En

este trabajo tomaremos como observador de referencia al observador CIE1931.

En este Capítulo proponemos un método analítico para evaluar como son percibidos los umbrales de luminancia por un conjunto de observadores diferentes. El procedimiento seguido es el siguiente:

1. Dado un centro de color  $m$ , con una luminancia media  $X_{2,0}^{st,m}$ , y sus correspondientes umbrales de diferencias de color, podemos calcular los umbrales de luminancia superior/inferior,  $X_{2,u}^{st,m}/X_{2,d}^{st,m}$  utilizando un método estadístico descrito en la Ref. [CAR02] para el observador de referencia. Es preciso indicar que el nivel de confianza utilizado para obtener los umbrales de luminancia es 0,16 como en la Ref. [CAR02].
2. Utilizando la técnica descrita en las Refs. [ZOI95, EZQ97], generamos una distribución espectral  $\rho_0^{st,m}(\lambda)$ . Esta distribución espectral reproduce los valores triestímulo del centro de color,  $m$ , para el observador de referencia:  $X_{i,0}^{st,m}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). En el espacio  $(x, y, X_2)$  las coordenadas correspondientes serán:  $(x_0^{st,m}, y_0^{st,m}, X_{2,0}^{st,m})$ .
3. Hemos generado dos distribuciones espectrales  $\rho_u^{st,m}(\lambda)$  y  $\rho_d^{st,m}(\lambda)$ , las cuales reproducen para el observador de referencia las cromaticidades del centro de color pero con las luminancias superior/inferior dadas  $(X_{2,u}^{st,m}/X_{2,d}^{st,m})$ . En el espacio  $(x, y, X_2)$  estas distribuciones proporcionan las siguientes coordenadas:  $(x_0^{st,m}, y_0^{st,m}, X_{2,0}^{st,m})$ , y  $(x_0^{st,m}, y_0^{st,m}, X_{2,0}^{st,m})$  respectivamente.
4. Considerando las anteriores distribuciones  $\rho_0^{st,m}(\lambda)$ ,  $\rho_u^{st,m}(\lambda)$ , y  $\rho_d^{st,m}(\lambda)$  en la Eq. (5.3), con las luminancias correspondientes  $X_{2,0}^{k,m}$ ,  $X_{2,u}^{k,m}$ , y  $X_{2,d}^{k,m}$  calculamos los valores triestímulo para cada conjunto funciones de igualación de color,  $x_i^k(\lambda)$ , analizado en este estudio.
5. Calculamos la fracción de Weber,  $(WF^{k,m} = (X_{2,u}^{k,m} - X_{2,d}^{k,m})/Y_0^{k,m})$ , para cada conjunto de funciones de igualación de color y para todos los centros de color considerados ( $m = 1, \dots, S$ ).
6. Para poder evaluar la similitud entre los observadores al evaluar los umbrales de luminancia realizamos un análisis estadístico del conjunto de datos  $WF^{k,m}$ . Para cada observador,  $k$ , hemos calculado el valor medio,  $\overline{WF}^k$ , y su desviación típica,  $\sigma^k$ , cuando promediamos los datos para todos los centros de color considerados.
7. Para analizar la influencia del centro de color en la percepción de los umbrales de luminancia, hemos calculado los valores promedio a todos los observadores,  $\overline{WF}^m$ , y sus correspondientes desviaciones típicas,  $\sigma^m$ , para cada centro de color considerado.

## 6.2. Variabilidad inter-observadores en la determinación de los umbrales de luminancia

El objetivo de esta Sección es analizar cómo diferentes observadores evalúan los umbrales de luminancia relativos, fracción de Weber, para un conjunto de centros de color dado. Para hacerlo, hemos utilizado el método descrito en la Sección anterior. Hemos calculado para cada observador y para todos los centros de color las cantidades  $WF^{k,m}$  y la fracción de Weber media  $\overline{WF}^k$ . Con estas cantidades se han evaluado las diferencias entre cada observador individual  $k$  y el observador patrón (observador CIE1931). Los conjuntos de funciones de igualación de color utilizados (observador  $k$ ) son los asociados a los diez observadores de Stiles-Burch [TRE87]. Tenemos que recordar aquí que estas funciones de igualación de color fueron

| CC | $x_0^{st,m}$ | $y_0^{st,m}$ | $X_{2,0}^{st,m}$ | $X_{2,u}^{st,m}$ | $X_{2,d}^{st,m}$ |
|----|--------------|--------------|------------------|------------------|------------------|
| 1  | 0,580        | 0,341        | 5,400            | 5,552            | 5,232            |
| 2  | 0,422        | 0,330        | 5,800            | 5,936            | 5,652            |
| 3  | 0,364        | 0,505        | 4,800            | 4,917            | 4,673            |
| 4  | 0,370        | 0,218        | 2,750            | 2,847            | 2,640            |
| 5  | 0,492        | 0,445        | 3,350            | 3,426            | 3,268            |
| 6  | 0,308        | 0,424        | 2,950            | 3,012            | 2,883            |
| 7  | 0,446        | 0,450        | 5,800            | 5,939            | 5,648            |
| 8  | 0,319        | 0,581        | 4,100            | 4,180            | 4,014            |
| 9  | 0,682        | 0,302        | 6,100            | 6,318            | 5,851            |
| 10 | 0,650        | 0,292        | 6,200            | 6,385            | 5,994            |
| 12 | 0,221        | 0,148        | 0,550            | 0,563            | 0,536            |
| 13 | 0,668        | 0,317        | 2,470            | 2,542            | 2,390            |
| 14 | 0,484        | 0,267        | 1,070            | 1,104            | 1,031            |
| 15 | 0,436        | 0,366        | 3,300            | 3,340            | 3,258            |
| 16 | 0,525        | 0,390        | 2,880            | 2,954            | 2,799            |
| 17 | 0,552        | 0,290        | 4,600            | 4,744            | 4,438            |
| 18 | 0,249        | 0,204        | 0,920            | 0,946            | 0,891            |
| 19 | 0,258        | 0,325        | 1,950            | 1,994            | 1,903            |
| 20 | 0,268        | 0,322        | 2,020            | 2,063            | 1,974            |
| 21 | 0,310        | 0,288        | 1,850            | 1,883            | 1,815            |
| 22 | 0,255        | 0,255        | 1,320            | 1,348            | 1,290            |
| 23 | 0,383        | 0,489        | 7,300            | 7,444            | 7,146            |
| 24 | 0,323        | 0,558        | 6,200            | 6,339            | 6,049            |
| 25 | 0,354        | 0,358        | 6,310            | 6,410            | 6,204            |
| 26 | 0,416        | 0,236        | 4,190            | 4,309            | 4,058            |
| 27 | 0,612        | 0,317        | 6,180            | 6,333            | 6,013            |
| 28 | 0,473        | 0,317        | 10,740           | 10,929           | 10,539           |
| 29 | 0,358        | 0,230        | 3,660            | 3,735            | 3,579            |
| 30 | 0,321        | 0,491        | 4,910            | 4,983            | 4,833            |
| 31 | 0,294        | 0,367        | 5,710            | 5,792            | 5,624            |
| 32 | 0,294        | 0,367        | 0,313            | 0,319            | 0,307            |
| 33 | 0,400        | 0,385        | 6,960            | 7,071            | 6,843            |
| 34 | 0,199        | 0,524        | 1,450            | 1,486            | 1,411            |
| 35 | 0,212        | 0,642        | 1,380            | 1,401            | 1,358            |
| 36 | 0,203        | 0,421        | 1,574            | 1,595            | 1,552            |
| 37 | 0,171        | 0,189        | 2,551            | 2,602            | 2,497            |
| 38 | 0,191        | 0,329        | 1,673            | 1,703            | 1,642            |

Tabla 6.1: La primera columna muestra el número del centro de color (CC) en concordancia con la notación de la Ref. [BRO49]. En las columnas 2, 3 y 4 se muestran las coordenadas cromáticas de los centros ( $x_0^{st,m}, y_0^{st,m}$ ) con las luminancias medias  $X_{2,0}^{st,m}$ . En las columnas 5 y 6 se muestran los umbrales superior/inferior, ( $X_{2,u}^{st,m}/X_{2,d}^{st,m}$ ), obtenidos de acuerdo con el procedimiento desarrollado en la Ref. [CAR02].

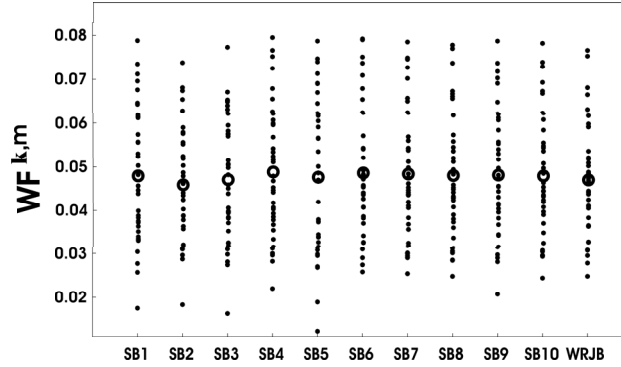


Figura 6.1: Fracción de Weber  $WF^{k,m}$  obtenida para todos los centros de color ( $m = 1, \dots, 37$ ) y para cada observador junto con la fracción de Weber promedio  $\overline{WF}^k$  (círculo).

determinadas para campos visuales de  $2^\circ$ . Los centros de color utilizados son los considerados en la Ref. [BRO49] y mostrados en la Tabla 6.1.

En la Fig. 6.1 representamos la fracción de Weber  $WF^{k,m}$  obtenida para todos los centros de color ( $m = 1, \dots, 37$ ) y para todos los observadores junto con la correspondiente fracción de Weber promedio  $\overline{WF}^k$  (representada por un círculo). Una simple inspección de la figura revela que, para cada observador, la fracción de Weber presenta una dispersión muy alta de los datos obtenidos para los diferentes centros de color. La fracción de Weber promedio  $\overline{WF}^k$  y su correspondiente desviación típica  $\sigma^k$  son muy parecidas para todos los observadores.

|                                    | SB1  | SB2  | SB3  | SB4  | SB5  | SB6  | SB7  | SB8  | SB9   | SB10 | CIE1931 |
|------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|---------|
| $\overline{WF}^k (\times 10^{-2})$ | 4,79 | 4,59 | 4,71 | 4,88 | 4,76 | 4,86 | 4,84 | 4,80 | 4,81  | 4,79 | 4,70    |
| $\sigma^k (\times 10^{-2})$        | 1,54 | 1,30 | 1,42 | 1,50 | 1,75 | 1,46 | 1,44 | 1,42 | 1,45  | 1,41 | 1,32    |
| $CV^k (\times 10^{-1})$            | 3,21 | 2,84 | 3,01 | 3,07 | 3,68 | 3,00 | 2,99 | 2,95 | 3,007 | 2,94 | 2,80    |

Tabla 6.2: Fracciones de Weber promedio ( $\overline{WF}^k$ ) y sus desviaciones típicas ( $\sigma^k$ ) para los diferentes observadores. La cuarta fila proporciona los valores de los coeficientes de variación ( $CV^k = \sigma^k / \overline{WF}^k$ ).

Estos resultados pueden ser numéricamente contrastados en la Tabla 6.2, donde además se puede observar cómo las fracciones de Weber promedio y sus correspondientes desviaciones típicas se pueden considerar prácticamente independientes del observador considerado. Para los niveles de luminancia empleados la percepción de los umbrales es independiente del observador.

En la Fig. 6.2 mostramos la influencia del centro de color en la percepción de los umbrales de luminancia. En esta figura representamos la fracción de Weber  $WF^{k,m}$  calculada para todos los observadores y para cada centro por separado. Esta figura también muestra, para cada centro de color, la fracción de Weber promedio  $\overline{WF}^m$  que obtenemos cuando promediamos los datos para todos los observadores. De esta figura podemos deducir que la fracción de Weber promedio y su correspondiente desviación típica dependen fuertemente del centro de color considerado, por ejemplo, los umbrales de luminancia dependen del estímulo de color percibido por el observador. Este resultado era esperable ya que, como es bien conocido, los elipsoides de discriminación de color tienen diferente tamaño y orientación dependiendo del



centro de color que se esté considerando.

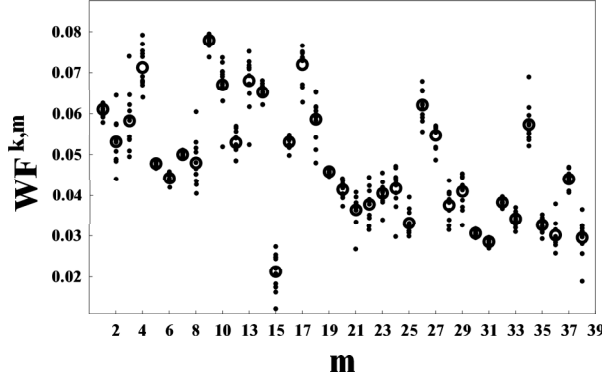


Figura 6.2: Fracción de Weber  $WF^{k,m}$  obtenida para todos los observadores y para cada centro de color. Con un círculo se muestra para cada centro de color la fracción de Weber  $\overline{WF}^m$  promediada a todos los observadores.

En la Tabla 6.3 se muestra la fracción de Weber promedio  $\overline{WF}^m$  y la correspondiente desviación típica  $\sigma^m$  para todos los centros de color. Estos datos confirman cuantitativamente las conclusiones obtenidas de la Fig. 6.2. En resumen, estos resultados apuntan a que la percepción de los umbrales de luminancia dependen ligeramente de las funciones de igualación de color de los observadores empleados y fuertemente del centro de color considerado.

Hemos analizado cuantitativamente cómo dependen los umbrales de luminancia del observador y del centro de color. Para evaluar estas dependencias, sería deseable definir un parámetro que permita calcular las discrepancias cuando evaluamos umbrales de luminancia relativa. Una forma de hacerlo es comparando las desviaciones en la percepción de umbrales respecto del observador de referencia. De esta forma, hemos calculado la magnitud

$$da^{k-st,m} = \frac{|WF^{st,m} - WF^{k,m}|}{WF^{st,m}} \times 100, \quad (6.1)$$

la cual proporciona el porcentaje de desviación de la fracción de Weber para el centro  $m$  entre el observador  $k$  y el patrón ( $st$ ). Esta magnitud proporciona una estimación *local* de la similitud cuando evaluamos umbrales de luminancia para un centro de color dado.

Si consideramos dos observadores diferentes  $\alpha$  y  $\beta$ , desde un punto de vista formal, las cantidades  $\overline{WF}^\alpha$  y  $\overline{WF}^\beta$  están asociadas con diferentes poblaciones estadísticas, así  $\sigma^\alpha \neq \sigma^\beta$ . En este caso, no es posible utilizar estas cantidades para efectuar una comparación absoluta entre dos observadores, o entre un observador dado y el patrón. Por lo tanto, con las cantidades (6.1) no se puede realizar una comparación de carácter *global* entre los diferentes observadores. Por otro lado, los valores promedio  $\overline{WF}^k$  presentan una alta dispersión en las correspondientes desviaciones típicas  $\sigma^k$  (Tabla 6.2), por lo tanto no son descriptores estadísticos adecuados a la hora de evaluar las diferencias globales entre observadores distintos.

Para evaluar las diferencias globales entre dos observadores  $\alpha$  y  $\beta$ , el descriptor estadístico adecuado es el coeficiente de variación, para cada observador  $CV^\alpha$  y  $CV^\beta$  el cual relaciona el valor promedio y la desviación típica. Este descriptor se define como:

| CC | $\overline{WF}^m$ | $\sigma^m$ | $CV^m$ |
|----|-------------------|------------|--------|
| 1  | 0,052             | 0,0213     | 0,409  |
| 2  | 0,053             | 0,0252     | 0,473  |
| 3  | 0,059             | 0,0271     | 0,460  |
| 4  | 0,065             | 0,0216     | 0,330  |
| 5  | 0,039             | 0,0178     | 0,450  |
| 6  | 0,038             | 0,0141     | 0,369  |
| 7  | 0,041             | 0,0187     | 0,456  |
| 8  | 0,050             | 0,0255     | 0,510  |
| 9  | 0,065             | 0,0288     | 0,442  |
| 10 | 0,066             | 0,0221     | 0,338  |
| 12 | 0,047             | 0,0159     | 0,335  |
| 13 | 0,067             | 0,0224     | 0,336  |
| 14 | 0,055             | 0,0222     | 0,406  |
| 15 | 0,041             | 0,0661     | 1,608  |
| 16 | 0,046             | 0,0173     | 0,377  |
| 17 | 0,066             | 0,0222     | 0,338  |
| 18 | 0,056             | 0,0224     | 0,402  |
| 19 | 0,038             | 0,0167     | 0,439  |
| 20 | 0,039             | 0,0133     | 0,344  |
| 21 | 0,040             | 0,0259     | 0,642  |
| 22 | 0,040             | 0,0229     | 0,568  |
| 23 | 0,041             | 0,0179     | 0,437  |
| 24 | 0,046             | 0,0287     | 0,628  |
| 25 | 0,036             | 0,0231     | 0,651  |
| 26 | 0,058             | 0,0191     | 0,330  |
| 27 | 0,050             | 0,0168     | 0,335  |
| 28 | 0,042             | 0,0252     | 0,593  |
| 29 | 0,045             | 0,0257     | 0,570  |
| 30 | 0,027             | 0,0095     | 0,356  |
| 31 | 0,026             | 0,0089     | 0,342  |
| 32 | 0,033             | 0,0122     | 0,367  |
| 33 | 0,034             | 0,0126     | 0,376  |
| 34 | 0,055             | 0,0193     | 0,354  |
| 35 | 0,032             | 0,0127     | 0,401  |
| 36 | 0,035             | 0,0266     | 0,757  |
| 37 | 0,040             | 0,0135     | 0,339  |
| 38 | 0,038             | 0,0377     | 0,996  |

Tabla 6.3: La primera columna muestra el número del centro de color (CC) en concordancia con la notación de la Ref. [BRO49]. En las columnas 2 y 3 se muestran los valores medio ( $\overline{WF}^m$ ) y la desviación típica ( $\sigma^m$ ) de la fracción de Weber para los diferentes observadores respectivamente. La columna cuarta proporciona los valores de los coeficientes de variación ( $CV^m = \sigma^m / \overline{WF}^m$ ).

$$CV^k = \frac{\sigma^k}{WF^k}. \quad (6.2)$$

La diferencia entre las cantidades  $CV^\alpha$  y  $CV^\beta$  proporciona una estimación global de la similitud entre los observadores  $\alpha$  y  $\beta$  cuando evaluamos umbrales de luminancia relativas. Cuanto más similares sean los coeficientes de variación  $CV^\alpha$  y  $CV^\beta$  más similar será la percepción de los umbrales de luminancia relativa por los observadores  $\alpha$  y  $\beta$ .

Ahora nos interesamos por evaluar el grado global de similitud entre cada observador y el patrón en lo concerniente a la percepción de umbrales de luminancia relativa. Para realizar esto tomamos de nuevo como observador de referencia al observador CIE1931. Justificamos esta elección ya que los valores triestímulo de las funciones de igualación de color publicadas en las Refs. [BRO49, BRO51] para el observador WRJB fueron calculadas utilizando las funciones de igualación de color del observador CIE1931. Hemos calculado las diferencias entre los coeficientes de variación  $CV^{st}$  y  $CV^k$  donde  $k = 1, \dots, 10$ .

Ahora vamos a analizar los resultados obtenidos utilizando las expresiones (6.1) y (6.2). Respecto de la primera, en la Fig. 6.3 se muestra la magnitud  $da^{k-st,m}$  para los observadores SB2 ( $k = 2$ ) y SB5 ( $k = 5$ ). Hemos elegido estos observadores porque la diferencia  $CV^{SB5} - CV^{st} / CV^{SB2} - CV^{st}$  obtenida es la más grande/pequeña entre todos los observadores de acuerdo con los datos mostrados en la fila 4 de la Tabla 6.2, y por lo tanto el observador SB5/SB2 es el más diferente/similar al observador CIE1931 cuando evalúan umbrales de luminancia relativas. La Fig. 6.3 muestra que la magnitud  $da^{k-st,m}$  presenta desviaciones de hasta el 40 % cuando se estiman diferencias de luminancias para la mayoría de los centros de color considerados en la Ref. [BRO49]. Para el observador SB2 el porcentaje de desviación es del orden del 8 % para varios centros de color, y para cierto valor de  $m$ , el porcentaje se incrementa hasta un 26 %. Esta variación en el porcentaje de desviación es un indicativo de que los umbrales de luminancia del observador SB2 y del observador patrón difieren mucho entre ellos. Esta diferencia es más grande para el caso del observador SB5.

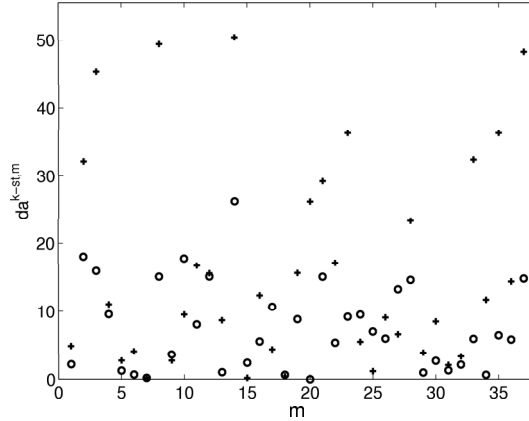


Figura 6.3: Porcentaje de desviación  $da^{2-st,m}$  (o) y  $da^{5-st,m}$  (+)

Los resultados previos confirman la no reciprocidad entre el comportamiento colorimétrico de dos observadores reales [ZOI00]. Además proporcionan una convincente demostración de cómo la variabilidad

en las funciones de igualación de color no sólo influye en la percepción absoluta de un estímulo físico, sino también en la evaluación de las diferencias en luminancias.

Hemos analizado cómo la fracción de Weber depende de las coordenadas cromáticas  $(x, y)$ : la Fig. 6.4 revelan que los umbrales de luminancia no son independientes de la cromaticidad como en un principio sugería Brown [BRO51]. La gran dispersión de los datos no permite poder hacer una predicción cuantitativa de esta dependencia de forma sencilla para ningún observador considerado.

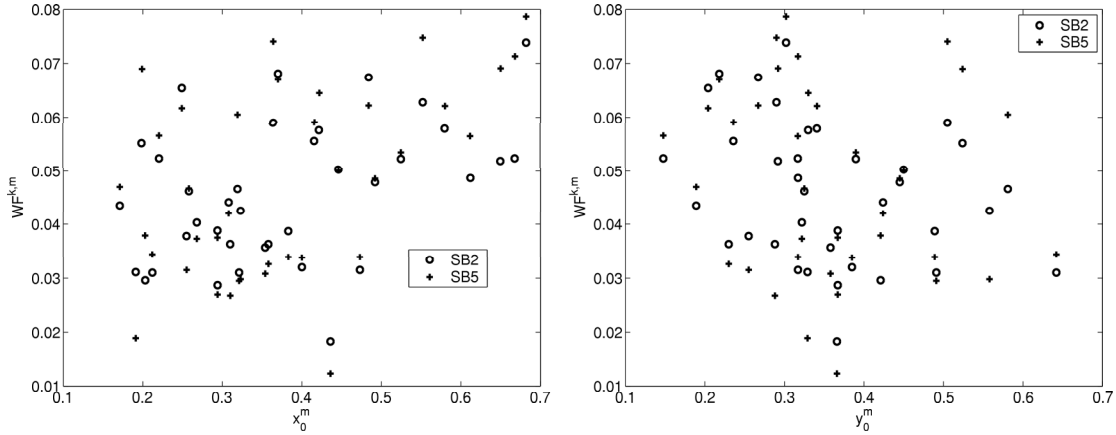


Figura 6.4: Fracción de Weber de los observadores SB2 y SB5 frente a las coordenadas cromáticas de los centros de color.

Además no hay relación aparente entre la fracción de Weber ( $WF^{k,m}$ ) y el nivel de luminancia ( $X_{2,0}^{k,m}$ ), en el rango de luminancias consideradas en la Ref. [BRO49] como revela la Fig. 6.5.

Cuando evaluamos el grado global de similitud entre observadores en la percepción de los umbrales de luminancia relativa, utilizamos el descriptor estadístico dado por la Ec. (6.2). Los datos obtenidos se muestran en la fila 4 de la Tabla 6.2, los cuales pueden ser usados para crear entre los observadores considerados un orden de semejanza respecto del observador de referencia. Se puede hacer analizando las diferencias entre  $CV^k$  y  $CV^{st}$ ; la menor diferencia implica una mayor similitud entre el observador  $k$  y el CIE1931. Los resultados obtenidos después del análisis de estas diferencias para todos los observadores de Stiles-Bursch se muestran en la Tabla 6.4.

El orden de similitud obtenido usando este método difiere del publicado en la Tabla VII de la Ref. [EZQ03] y que posteriormente abordaremos en el Capítulo siguiente (Tabla 7.6). La razón de esta discrepancia se debe al hecho de que en este estudio la evaluación de las discrepancias entre los pares de observadores concierne a un único atributo de color que es el umbral de luminancias manteniendo fija la cromaticidad, mientras que en la Ref. [EZQ03], para la evaluación de las similitudes se tenían en cuenta los tres atributos de un color.

Otro aspecto a considerar consiste en que la fracción de Weber depende del nivel de luminancia. En la Ref. [BRO51] el autor analiza las variaciones de los umbrales de diferencia de color ante cambios en el nivel de luminancia.

En la Tabla 6.1 se muestran los centros de color considerados en la Ref. [BRO49], así como los umbrales de luminancia superior e inferior obtenidos de acuerdo con el procedimiento desarrollado en la Ref. [CAR02]. Dichos datos fueron utilizados en la Ref. [CAR02] para deducir la fracción de Weber para el observador WRJB: en este trabajo se concluyó que la fracción de Weber depende del nivel de

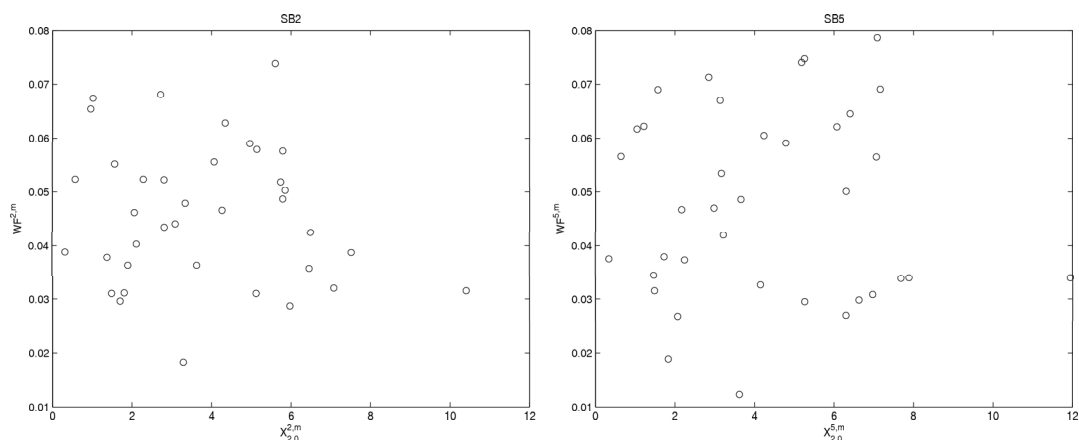


Figura 6.5: Fracción de Weber de los observadores SB2 y SB5 frente a la luminancia de los centros correspondientes.

| Observador | Orden |
|------------|-------|
| SB2        | 1     |
| SB10       | 2     |
| SB8        | 3     |
| SB7        | 4     |
| SB6        | 5     |
| SB9        | 6     |
| SB3        | 7     |
| SB4        | 8     |
| SB1        | 9     |
| SB5        | 10    |

Tabla 6.4: Orden de similitud según los valores  $CV^k$  obtenidos en la fila 4 de la Tabla 6.2.

luminancia. Aplicando el procedimiento descrito en la Sección 6.1, hemos explorado la variabilidad de la fracción de Weber utilizando los datos publicados en las Refs. [BRO51, CAR02]. Los resultados obtenidos los mostramos en la Tabla 6.6, de ellos se deduce que la fracción de Weber para un centro de color fijo  $m$ , por ejemplo el centro de color 8, con alto valor de luminancia, varía mucho de un observador a otro. Debemos resaltar que para los centros de color con poco nivel de luminancia,  $X_2 \simeq 0,02fL$ , por ejemplo, los centros de color 5, 10 y 14 la fracción de Weber presenta una gran variabilidad inter-observadores. Sin embargo esto no sucede para los centros de color con alto nivel de luminancia, por ejemplo para el centro de color 20, los diferentes observadores presentan un valor similar de la fracción de Weber. La habilidad promedio en la percepción de los umbrales de luminancia relativa se muestra en la Tabla 6.7 junto con las correspondientes desviaciones típicas y coeficientes de variación.

Los diferentes observadores tienen un valor promedio similar para dichos umbrales de luminancia relativa. Hay que destacar que los valores que nosotros hemos obtenido están cerca de los publicados en la Ref. [HEC38] para los diferentes observadores.

| CC | $x_0^{st,m}$ | $y_0^{st,m}$ | $X_{2,0}^{st,m}$ | $X_{2,u}^{st,m}$ | $X_{2,d}^{st,m}$ |
|----|--------------|--------------|------------------|------------------|------------------|
| 1  | 0,596        | 0,311        | 0,130            | 0,133            | 0,127            |
| 2  | 0,483        | 0,346        | 0,060            | 0,062            | 0,059            |
| 3  | 0,493        | 0,438        | 0,146            | 0,148            | 0,144            |
| 4  | 0,327        | 0,255        | 0,062            | 0,063            | 0,061            |
| 5  | 0,327        | 0,255        | 0,034            | 0,035            | 0,033            |
| 6  | 0,249        | 0,543        | 0,098            | 0,099            | 0,096            |
| 7  | 0,248        | 0,199        | 0,920            | 0,928            | 0,912            |
| 8  | 0,248        | 0,199        | 0,461            | 0,465            | 0,457            |
| 9  | 0,248        | 0,199        | 0,092            | 0,094            | 0,091            |
| 10 | 0,248        | 0,199        | 0,026            | 0,027            | 0,025            |
| 11 | 0,301        | 0,451        | 4,810            | 4,841            | 4,779            |
| 12 | 0,301        | 0,451        | 2,410            | 2,430            | 2,389            |
| 13 | 0,301        | 0,451        | 0,481            | 0,485            | 0,477            |
| 14 | 0,301        | 0,451        | 0,136            | 0,137            | 0,135            |
| 15 | 0,406        | 0,424        | 7,000            | 7,031            | 6,969            |
| 16 | 0,406        | 0,424        | 3,520            | 3,537            | 3,503            |
| 17 | 0,406        | 0,424        | 1,160            | 1,168            | 1,152            |
| 18 | 0,406        | 0,424        | 0,556            | 0,560            | 0,552            |
| 19 | 0,406        | 0,424        | 0,197            | 0,199            | 0,195            |
| 20 | 0,406        | 0,424        | 0,056            | 0,057            | 0,055            |

Tabla 6.5: La primera columna muestra el número del centro de color (CC) en concordancia con la notación de la Ref. [BRO51]. En las columnas 2, 3 y 4 se muestran las coordenadas cromáticas de los centros ( $x_0^{st,m}$ ,  $y_0^{st,m}$ ) con las luminancias medias  $X_{2,0}^{st,m}$ . En las columnas 5 y 6 se muestran los umbrales superior/inferior, ( $X_{2,u}^{st,m}/X_{2,d}^{st,m}$ ), obtenidos de acuerdo con el procedimiento desarrollado en la Ref. [CAR02].

Para comparar los resultados obtenidos en este Capítulo con los publicados en la Ref. [HEC38], para cada observador,  $k$ , y para todos los centros de color considerados, hemos ajustado los valores de  $WF^{k,m}$  mostramos en la Tabla 6.6, mediante la fórmula siguiente:

$$\frac{\Delta X_2}{X_2} = c \left[ 1 + (k_c X_2)^{-1/2} \right]^2. \quad (6.3)$$

Los valores de  $c$  y  $k$  calculados para los diferentes observadores los mostramos en la Tabla 6.8. De acuerdo con la Ref. [CAR02], para el observador de referencia, se tiene que  $c = 0,012$  y  $k_c = 30,3$ . Para todos los observadores considerados, la constante  $c$  tiene un valor similar. Este hecho indica que el valor asintótico de la fracción de Weber es parecido para todos los observadores. Mientras que, los valores de  $k_c$  muestra una gran dispersión de los datos. Por lo tanto los valores de  $k_c$  difieren mucho entre cada observador y el de referencia. En suma, de los análisis anteriores se concluye que en régimen de luminancia bajo y medio,  $0,02fL < X_2 < 1fL$ , hay significativas diferencias inter-observadores cuando evaluamos igualaciones en luminancia. Mientras que, la influencia de la variabilidad de las funciones de igualación de color en los umbrales de luminancia llega a ser despreciable cuando consideramos altos niveles de luminancia,  $1fL < X_2 < 7fL$ .

En este Capítulo hemos analizado cómo las igualaciones en luminancia dependen de las características de la respuesta espectral del sistema visual, así la variación en las funciones de igualación de color produce

| Nº | SB1    | SB2    | SB3    | SB4    | SB5     | SB6    | SB7    | SB8    | SB9    | SB10   | CIE1931 |
|----|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| 1  | 0,0475 | 0,0458 | 0,0429 | 0,0503 | 0,0504  | 0,0505 | 0,0500 | 0,0516 | 0,0484 | 0,0498 | 0,043   |
| 2  | 0,0424 | 0,0471 | 0,0424 | 0,0435 | 0,0404  | 0,0490 | 0,0470 | 0,0484 | 0,0451 | 0,0482 | 0,040   |
| 3  | 0,0302 | 0,0315 | 0,0326 | 0,0282 | 0,0309  | 0,0232 | 0,0260 | 0,0253 | 0,0289 | 0,0265 | 0,027   |
| 4  | 0,0293 | 0,0241 | 0,0248 | 0,0309 | 0,0251  | 0,0409 | 0,0374 | 0,0391 | 0,0308 | 0,0327 | 0,021   |
| 5  | 0,0628 | 0,0677 | 0,0683 | 0,0569 | 0,0646  | 0,0539 | 0,0544 | 0,0563 | 0,0623 | 0,0566 | 0,050   |
| 6  | 0,0279 | 0,0287 | 0,0289 | 0,0278 | 0,0263  | 0,0300 | 0,0292 | 0,0291 | 0,0274 | 0,0277 | 0,028   |
| 7  | 0,0110 | 0,0136 | 0,0128 | 0,0127 | 0,0065  | 0,0194 | 0,0160 | 0,0163 | 0,0161 | 0,0167 | 0,017   |
| 8  | 0,0239 | 0,0251 | 0,0275 | 0,0241 | 0,0243  | 0,0164 | 0,0165 | 0,0167 | 0,0236 | 0,0176 | 0,016   |
| 9  | 0,0390 | 0,0376 | 0,0408 | 0,0351 | 0,0431  | 0,0325 | 0,0326 | 0,0339 | 0,0370 | 0,0332 | 0,033   |
| 10 | 0,0881 | 0,0852 | 0,0882 | 0,0793 | 0,0960  | 0,0718 | 0,0762 | 0,0768 | 0,0814 | 0,0773 | 0,050   |
| 11 | 0,0024 | 0,0077 | 0,0031 | 0,0066 | -0,0040 | 0,0124 | 0,0101 | 0,0097 | 0,0072 | 0,0117 | 0,013   |
| 12 | 0,0142 | 0,0156 | 0,0166 | 0,0141 | 0,0112  | 0,0197 | 0,0167 | 0,0180 | 0,0173 | 0,0165 | 0,017   |
| 13 | 0,0141 | 0,0147 | 0,0133 | 0,0140 | 0,0142  | 0,0148 | 0,0156 | 0,0151 | 0,0133 | 0,0156 | 0,018   |
| 14 | 0,0157 | 0,0141 | 0,0165 | 0,0165 | 0,0154  | 0,0182 | 0,0168 | 0,0170 | 0,0166 | 0,0143 | 0,021   |
| 15 | 0,0145 | 0,0151 | 0,0157 | 0,0097 | 0,0198  | 0,0049 | 0,0071 | 0,0077 | 0,0115 | 0,0091 | 0,009   |
| 16 | 0,0102 | 0,0106 | 0,0102 | 0,0091 | 0,0110  | 0,0060 | 0,0085 | 0,0074 | 0,0086 | 0,0090 | 0,009   |
| 17 | 0,0123 | 0,0127 | 0,0096 | 0,0115 | 0,0142  | 0,0104 | 0,0128 | 0,0115 | 0,0102 | 0,0141 | 0,014   |
| 18 | 0,0125 | 0,0122 | 0,0100 | 0,0137 | 0,0122  | 0,0140 | 0,0148 | 0,0134 | 0,0126 | 0,0153 | 0,016   |
| 19 | 0,0185 | 0,0180 | 0,0189 | 0,0202 | 0,0163  | 0,0213 | 0,0211 | 0,0202 | 0,0204 | 0,0206 | 0,025   |
| 20 | 0,0358 | 0,0356 | 0,0359 | 0,0359 | 0,0358  | 0,0359 | 0,0358 | 0,0358 | 0,0358 | 0,0357 | 0,036   |

Tabla 6.6: Fracción de Weber para los diferentes observadores y los centros de color considerados en la Ref. [BRO51]. La primera columna proporciona el número del centro de color en concordancia con la notación de la Ref. [BRO51]. La última columna proporciona la fracción de Weber para el observador de referencia determinada según el método propuesto en la Ref. [CAR02].

|               | SB1   | SB2   | SB3   | SB4   | SB5   | SB6   | SB7   | SB8   | SB9   | SB10  | WRJB  |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $WF$          | 0,028 | 0,028 | 0,028 | 0,027 | 0,028 | 0,027 | 0,027 | 0,028 | 0,028 | 0,027 | 0,025 |
| $\sigma_{WF}$ | 0,021 | 0,020 | 0,021 | 0,019 | 0,023 | 0,018 | 0,018 | 0,019 | 0,020 | 0,018 | 0,013 |
| $CV$          | 0,751 | 0,725 | 0,756 | 0,699 | 0,828 | 0,661 | 0,669 | 0,686 | 0,702 | 0,666 | 0,509 |

Tabla 6.7: En las filas 2, 3 y 4 se muestran los valores promedio de las fracciones de Weber, desviaciones típicas y coeficientes de variación mostrados en la Tabla 6.6 para los diferentes observadores.

variaciones en los umbrales de luminancia. Hemos mostrado que, como consecuencia de la variabilidad de las funciones de igualación de color de los observadores, una cierta igualación de luminancia percibida por un observador puede ser significativamente diferente para otro. En este Capítulo hemos proporcionado un método para estimar el grado de igualación de luminancia utilizando la información que proporcionan los umbrales de diferencia de color utilizando junto con la herramienta desarrollada para generar distribuciones espectrales metaméricas [ZOI95, EZQ97]. Finalmente hemos encontrado que, en régimen de niveles de luminancia bajos y medios, las funciones de igualación de color influyen fuertemente en las predicciones de los umbrales de luminancia (ver Tabla 6.8), mientras que para niveles altos, los umbrales de luminancia son esencialmente independientes de las funciones de igualación de color.

| Observador | $k_c$ | $c$   |
|------------|-------|-------|
| SB1        | 5,0   | 0,006 |
| SB2        | 6,0   | 0,006 |
| SB3        | 5,0   | 0,006 |
| SB4        | 6,2   | 0,007 |
| SB5        | 3,2   | 0,005 |
| SB6        | 10,4  | 0,008 |
| SB7        | 9,0   | 0,008 |
| SB8        | 8,3   | 0,007 |
| SB9        | 7,0   | 0,007 |
| SB10       | 9,1   | 0,008 |

Tabla 6.8: Valores de  $k_c$  y  $c$  definidos en la Ec. (6.3) para los diferentes observadores analizados en la Ref. [TRE87].



## Capítulo 7

# Comparación global de las funciones de igualación de color de diferentes observadores

En los capítulos precedentes hemos analizado la percepción colorimétrica de un grupo de observadores desde un punto de vista local. Esto fue debido a que el análisis se realizó mediante el estudio de las discrepancias entre los valores triestímulo percibidos por dichos observadores cuando se les presentaba un conjunto de distribuciones de potencia espectral radiante metaméricas respecto a un observador de referencia y para un conjunto de centros de color (5 centros recomendados por la CIE [ROB78]).

En este Capítulo vamos a analizar el comportamiento, en lo concerniente a la percepción colorimétrica, de dichos observadores centrándonos en sus funciones de igualación de color, que son las que los caracterizan. Por ello, este estudio será de carácter global en lo concerniente al comportamiento colorimétrico. Pero antes de abordar dicho estudio tenemos que considerar que cuando comparamos los resultados experimentales obtenidos para cada par de observadores tenemos dos factores que están interviniendo en el análisis: uno debido a las diferencias intrínsecas entre los mecanismos de visión de color, y otro debido a la variabilidad entre los diferentes conjuntos de funciones de igualación de color, tal y como menciona Zoido [ZOI00]. Para poder obtener unos resultados relevantes cuando comparamos los datos experimentales, debemos minimizar el factor debido a la variabilidad entre los conjuntos de funciones de igualación de color, es por lo que trabajaremos en los sistemas de representación de color optimizados (SRC), que describiremos en la Sección 7.1.

Hemos analizado el comportamiento colorimétrico de un conjunto dado de observadores utilizando diferentes métodos. Uno de ellos se basa en la distancia entre matrices características, [ZOIth], el cual tiene un carácter global y que mostramos en la Sección 7.2. Otros métodos también de carácter global son los mostrados en la Sección 7.3 basado en la evaluación de la norma, [BAC66], de un vector de diferencias de valores triestímulo y en la Sección 7.4 en la que calculamos el promedio del parámetro VAF [PER99]. En la Sección 7.5 establecemos un orden de semejanza entre observadores según otro método basado en el cálculo del promedio de las diferencias entre valores triestímulo: este método tiene un carácter local en el sentido de que los resultados obtenidos depende del conjunto de estímulos de color considerado.

Los órdenes de semejanza obtenidos por los cuatro métodos mencionados, aunque diferentes, proporcionan órdenes similares de semejanza entre observadores, resultados que están en consonancia con los proporcionados en la Ref. [ZOI99]. Estos resultados indican que el orden de semejanza entre observadores

depende poco del método utilizado cuando son comparados. Aunque el método basado en la matriz característica es también de carácter global, se debe señalar que este tiene en cuenta la correlación cruzada entre las diferentes funciones de igualación de color asociadas con cada observador, mientras que estos dos métodos (norma del vector diferencias y promedio del parámetro VAF) no la tienen en cuenta. En este sentido pensamos que el método basado en la matriz característica es más general y consecuentemente es preferible a los otros métodos alternativos.

Los resultados obtenidos por los cuatro métodos utilizados en este Capítulo claramente apuntan a que el orden de semejanza depende fuertemente del SRC en el que los datos han sido analizados. Como es de esperar, las distancias entre las matrices características y las diferencias en los valores triestímulo promedio son significativamente menores cuando se considera el SRC optimizado. En concordancia con estos resultados, la norma del vector de diferencias es menor y el VAF promedio más grande cuando estos parámetros son calculados teniendo en cuenta SRC optimizado. Como se ha señalado en trabajos previos [ZOI00, IKR75, WOL99, ZOIth], las diferencias entre observadores asociadas a la variabilidad entre los conjuntos de funciones de igualación de color son minimizadas cuando los datos están referidos al SRC optimizado, de esta forma las conclusiones obtenidas serán más fiables cuando comparemos datos experimentales. Así, concluimos que el orden de semejanza para un conjunto de observadores considerados se debe establecer en el SRC optimizado.

Los valores de las distancias obtenidas por el método basado en la matriz característica son dependientes de la base, la validez de este método queda demostrada considerando que el orden de similitud en el SRC optimizado permanece esencialmente inalterado. Queda una pregunta en el aire y es, determinar cuál es la mejor base para calcular las distancias entre las matrices características asociadas a un par de observadores o sistemas de detección.

El análisis efectuado en la Sección 7.6 y los resultados obtenidos utilizando los cuatro parámetros considerados en este trabajo parece confirmar los resultados proporcionados en los trabajos previos [ZOI00, IKR75, WOL99, ZOIth]: el operador  $H^k$ , definido en la Sección 7.1 tiende a minimizar las diferencias entre SRC. Todos los resultados previos parecen demostrar la validez del método basado en la matriz característica para medir diferencias en el comportamiento colorimétrico. Se puede concluir finalmente que se deben efectuar las comparaciones de los conjuntos de observadores calculando las distancias entre las matrices características referidas respectivos SRC optimizados, como se muestra en la Sección 7.6.

En nuestra opinión, dentro del campo de la investigación en visión de color, se debe aplicar el método cuando son comparadas las propiedades de las igualaciones de color de diferentes conjuntos de observadores, o cuando las igualaciones de color han sido obtenidas utilizando diferentes instrumentos colorimétricos.

## 7.1. Sistemas de representación de color optimizados

Si consideramos un observador  $k$  y otro patrón (**de referencia**)  $st$ , un estímulo de color percibido por el observador  $k$ , puede ser especificado por el vector  $\mathbf{X}^k = (X_1^k, X_2^k, X_3^k)^t$  y este mismo estímulo de color percibido por el observador  $st$ , puede ser especificado por el vector  $\mathbf{X}^{st} = (X_1^{st}, X_2^{st}, X_3^{st})^t$ . El SRC  $\mathcal{R}^k = \{\mathbf{X}^k\}$ , está definido por los valores triestímulo de todos los estímulos de color posibles, correspondientes al conjunto de todas las posibles sensaciones de color percibidas por el observador. Debido a que los conjuntos de funciones de igualación de color de un observador real,  $\{\hat{x}_i^k(\lambda)\}$ , son diferentes de los del otro observador patrón  $\{\hat{x}_i^{st}(\lambda)\}$ , los SRC  $\mathcal{R}^k$  y  $\mathcal{R}^{st}$  también son diferentes entre sí.

Cuando nosotros consideramos un observador real,  $k$ , y uno patrón,  $st$ , la minimización del factor debido a la variabilidad entre los conjuntos de funciones de igualación de color se consigue introduciendo

el SRC optimizado,  $\mathcal{R}^{k-st}$ . Los valores triestímulo en este nuevo sistema,  $\mathbf{X}^{k-st} = (X_1^{k-st}, X_2^{k-st}, X_3^{k-st})^t$ , están relacionados con sus sistemas  $\mathcal{R}^k$  mediante la expresión:

$$\mathbf{X}^{k-st} = H^k \mathbf{X}^k. \quad (7.1)$$

Así,  $H^k = \{h_{ij}^k\}$  optimiza la transformación de  $\mathcal{R}^k$  mediante la minimización de las diferencias entre los SRC  $\mathcal{R}^{k-st}$  y  $\mathcal{R}^{st}$ . Esto se consigue minimizando el residuo  $F^k$ , entendiendo por dicho residuo a la diferencia al cuadrado entre cada canal monocromático del observador patrón y una combinación lineal de los tres canales del observador  $k$  para la misma  $\lambda$ . De esta forma  $F^k$  viene dado por la expresión:

$$F^k = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^3 \sum_{l=1}^N \left\{ \hat{x}_i^{st}(\lambda_l) - \sum_{j=1}^3 h_{ij}^k \hat{x}_j^k(\lambda_l) \right\}^2 \right\}^{1/2}, \quad (7.2)$$

y los elementos  $h_{ij}^k$  son los que minimizan la relación (7.2) de la siguiente manera

$$\frac{\partial (F^k)^2}{\partial h_{ij}^k} = 0, \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (7.3)$$

Como consecuencia de imponer la condición expresada en la Ec. (7.3) se llega a una expresión que en forma matricial se escribe como

$$T^k (H^k)^t = M^k, \quad (7.4)$$

donde  $T^k$  es **la matriz característica** asociada al observador  $k$ , cuyos elementos vienen dados por

$$t_{ij}^k = \sum_{l=1}^N \hat{x}_i^k(\lambda_l) \hat{x}_j^k(\lambda_l). \quad (7.5)$$

La matriz característica había sido definida por J.M. Zoido [ZOIth] y utilizada por Zoido *et al.* [ZOI99]. En este trabajo los autores ponían de relieve la importancia de esta matriz porque sus elementos proporcionaban información, entre otras cosas, sobre el grado de solape entre las funciones de igualación de color del mismo observador. El término  $t_{ij}$  ( $i \neq j$ ) es proporcional a la sensibilidad del  $i$ -ésimo detector del sistema visual a una variación de la cantidad del  $j$ -ésimo estímulo primario. El término diagonal  $t_{ii}$  es proporcional a la sensibilidad absoluta del  $i$ -ésimo detector. Así, la matriz característica proporciona información completa sobre el mecanismo visual del observador considerado: sensibilidades absolutas y solapadas, o de correlación cruzada, entre las funciones de igualación de color asociadas con cada observador.

Definimos **la matriz mezcla**  $M^k$ , formada por los siguientes elementos

$$m_{ij}^k = \sum_{l=1}^N \hat{x}_i^k(\lambda_l) \hat{x}_j^{st}(\lambda_l). \quad (7.6)$$

Si consideramos la matriz siguiente:

$$S^k = \begin{pmatrix} \hat{x}_1^k(\lambda_1) & \hat{x}_1^k(\lambda_2) & \dots & \hat{x}_1^k(\lambda_N) \\ \hat{x}_2^k(\lambda_1) & \hat{x}_2^k(\lambda_2) & \dots & \hat{x}_2^k(\lambda_N) \\ \hat{x}_3^k(\lambda_1) & \hat{x}_3^k(\lambda_2) & \dots & \hat{x}_3^k(\lambda_N) \end{pmatrix}, \quad (7.7)$$

compuesta por el conjunto de funciones de igualación de color monocromáticas, y la matriz  $S^{st}$  que se obtendría mediante el cambio del superíndice  $st$  por  $k$  en dicha matriz (7.7).

La matriz  $T^k$  se puede expresar de la forma  $S^k(S^k)^t$  y que la matriz  $M^k$  es equivalente a  $S^k(S^{st})^t$ , tanto  $T^k$  como  $M^k$  son matrices simétricas, así que podemos garantizar la existencia de sus correspondientes matrices inversas. Consecuentemente operando sobre la Ec. (7.4) se deduce que la matriz  $H^k$  es

$$H^k = (M^k)^t (T^k)^{-1} = S^{st} (S^k)^t [S^k (S^k)^t]^{-1}, \quad (7.8)$$

denominada **matriz inversa generalizada**, y utilizada por Zoido en la Ref. [ZOI00]. Esta matriz es la que transforma las funciones de igualación de color  $S^k$  expresadas en su SRC  $\mathcal{R}^k$  al SRC optimizado  $\mathcal{R}^{k-st}$  como se indica a continuación:

$$(S^k)_{op} = H^k S^k. \quad (7.9)$$

Para ilustrar la acción de operador  $H^k$ , en la Fig. 7.1 mostramos las diferencias entre las funciones de igualación de color del observador patrón y las funciones de igualación de color del observador SB1, referidas a los SRC  $\mathcal{R}^k$  y  $\mathcal{R}^{k-st}$ . Como era de esperar según se cita en las Refs. [ZOI00, ZOIt] el operador  $H^k$  reduce las diferencias entre ambos conjuntos de funciones de igualación de color de forma sistemática: produce una ecualización global. Hay que destacar que las diferencias entre las funciones de igualación de color asociadas con el valor triestímulo  $X_2$  son menores que las diferencias entre las funciones de igualación de color asociadas con los valores triestímulo  $X_1$  y  $X_3$ . Hemos efectuado la misma comparación para todos los observadores y los resultados obtenidos son muy similares a los mostrados en la Fig. 7.1.

Hay que destacar los picos en la región de las longitudes de onda corta, especialmente en las curvas asociadas con los valores triestímulo  $X_1$  y  $X_3$ , en Fig. 7.1. Para poder explicar estos picos, tenemos que considerar algunos puntos relevantes. En primer lugar, hay que considerar trabajos recientes en los que se demuestra que los niveles de luminancia a los que se hicieron los experimentos de igualación, fueron diferentes en función de cada longitud de onda. En general estos niveles eran convenientes para todo el espectro a excepción de las longitud de onda más cortas, donde eran bajos: cuanto más corta era la longitud de onda menor debían de ser las intensidades en el campo de las igualaciones de color [ISH52, SPE59, KAT79, STI59]. En el caso de los datos de Stiles-Burch [STI59], podemos verificar esta conducta por una simple inspección de la Tabla 3 en la Ref. [STI59]. Es conocido que la sensibilidad visual de las diferencias de color disminuye con el nivel de luminancia y a menor luminancia los umbrales de diferencia de color son más grandes [CAR01]. Así, es de esperar que las igualaciones de color llevadas a cabo en la región azul sean menos exactas que las llevadas a cabo en longitudes de onda más grandes, esto es, los valores de las funciones de igualación de color deben ser más imprecisas en las longitud de onda azules.

Un segundo aspecto que hay que considerar es el umbral de sensibilidad de la fóvea. Según Stiles estas curvas muestran una cresta definida en la región azul [STI59]. Esto podría ser debido al hecho conocido de que la densidad óptica del pigmento macular exhibe un pico claro en torno a los 450 nm [WYS82, OLE99]. Por otro lado, las curvas de sensibilidad para diferentes longitudes de onda han sido medidas por diferentes

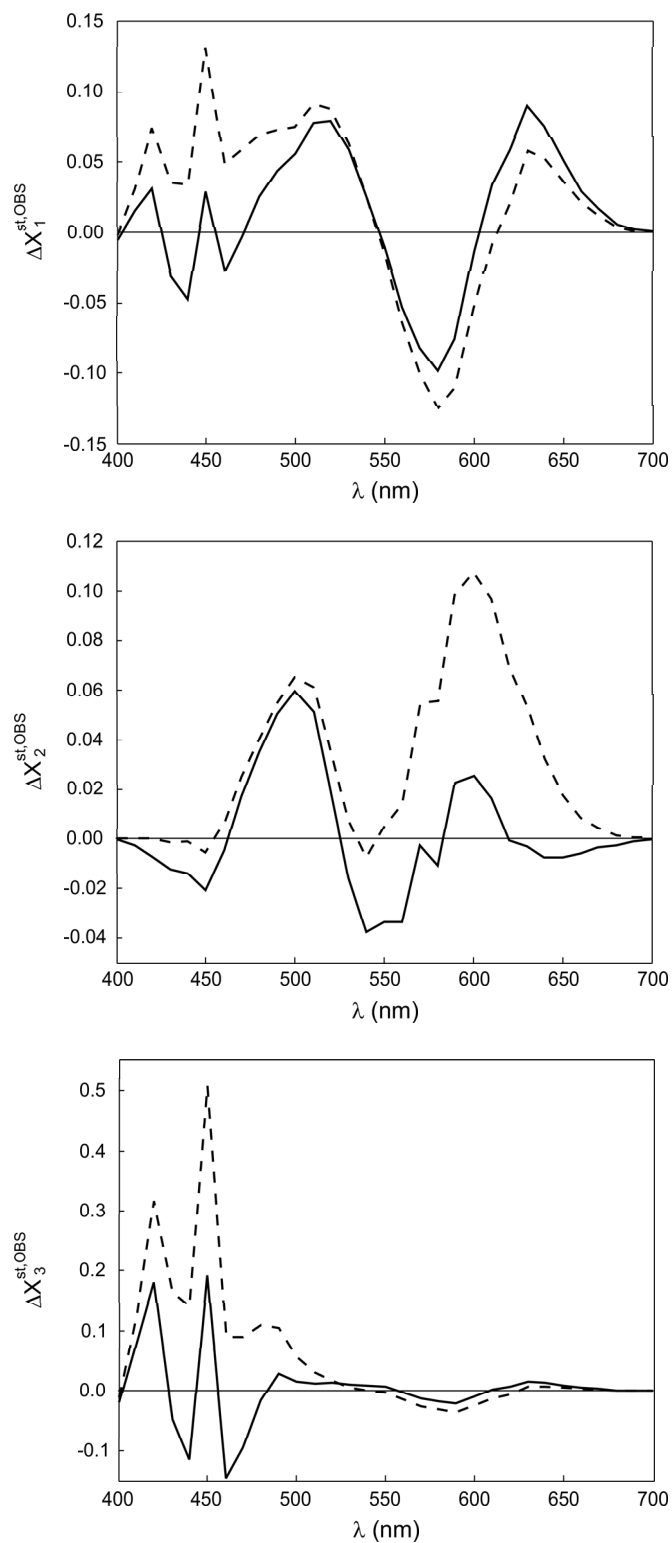


Figura 7.1: Diferencias entre las funciones de igualación de color del observador patrón y las del observador SB1. Las funciones de igualación de color están referidas a los SRC  $\mathcal{R}^{SB1}$  (línea discontinua) y  $\mathcal{R}^{SB1-st}$  (línea continua).

autores [LAU23, TYN33, WRI34, WRI35, NEL37, THO47, WEA51, THO51, WEA53, MOT55, BED58] y la apariencia general de todas las curvas es la misma; todas ellas muestran una cresta definida alrededor de la longitud de onda de 450 nm. La posición de este máximo relativo se mantiene esencialmente constante ante un cambio de observador, tamaño del campo y nivel de brillo. Con este pico definido, que muestra un cambio repentino de pendiente en la curva, es esperable una mayor incertidumbre en las igualaciones de color en esta región espectral. Teniendo en cuenta los argumentos previos, no sorprende encontrar picos en la región espectral alrededor de 450 nm. En otros trabajos cuando se calculan las desviaciones de los conjuntos de funciones de igualación de color también obtienen los autores picos similares a los que aparecen en la Fig. 7.1, como son los casos mostrados en la Fig. 1 en la Ref. [NAY83] y la Fig. 3 en la Ref. [POZ97].

## 7.2. Variabilidad entre las matrices características en los SRC $\mathcal{R}^k$ y $\mathcal{R}^{k-st}$

Como un caso particular de la Ec. (7.1), el conjunto de funciones de igualación de color  $\{\hat{x}_i^k(\lambda)\}$ , bajo la acción de  $H^k$ , se convierten en las funciones de igualación de color  $\{\hat{x}_i^{k-st}(\lambda)\}$ . La matriz característica asociada a un observador dado depende del SRC en el que los datos (funciones de igualación de color) están expresados. Sustituyéndolas en la relación anterior, se puede concluir que la matriz característica asociada al observador  $k$  se podría comparar con la del observador patrón en el SRC optimizado, obtenido aplicando la transformación (7.1), con  $H^k$  dado por (7.8). De esta forma compararíamos las matrices  $\hat{T}^{st}$  y  $\hat{T}^{k-st} = \{t_{ij}^{k-st}\}$  entre sí, siendo

$$t_{ij}^{k-st} = \sum_{n=1}^N \hat{x}_i^{k-st}(\lambda_n) \hat{x}_j^{k-st}(\lambda_n) \Delta\lambda, \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (7.10)$$

La matriz característica referida al SRC optimizado se puede obtener directamente usando la siguiente relación matricial:

$$\hat{T}^{k-st} = H^k \hat{T}^k (H^k)^t, \quad (7.11)$$

cuyos elementos vienen dados por

$$t_{ij}^{k-st} = \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^3 h_{jl}^k t_{lm}^k h_{im}^k, \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (7.12)$$

Si consideramos una matriz  $\hat{\mathbf{T}}$  cuyos elementos son  $\{t_{ij}\}$ , y otra  $\hat{\mathbf{W}}$  cuyos elementos son  $\{w_{ij}\}$ , se puede definir la norma-F de la diferencia entre las matrices  $\hat{\mathbf{T}}$  y  $\hat{\mathbf{W}}$ , que no es otra cosa que una distancia entre ellas, expresada por:

$$d_{T \rightarrow W} = \|\hat{T} - \hat{W}\|_F. \quad (7.13)$$

La norma-F de la matriz  $\hat{P}$  (ver [IKR75, ZOI99]) se define como:

$$\|\hat{P}\|_F = \sqrt{\text{Tr} \left[ \hat{P} \left( \hat{P} \right)^t \right]}, \quad (7.14)$$

donde  $\text{Tr}$  expresa la traza de la matriz y el superíndice  $t$  indica la traspuesta. Aplicando esto al caso particular en el que tanto  $\hat{\mathbf{T}}$  como  $\hat{\mathbf{W}}$  sean matrices simétricas nos quedaría la expresión de la forma siguiente:

$$d_{T \rightarrow W} = \sqrt{\text{Tr}[(\hat{T} - \hat{W})^2]} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (t_{ij} - w_{ij})^2}. \quad (7.15)$$

Para evaluar las diferencias intrínsecas entre dos observadores podemos calcular la distancia entre las matrices características según la expresión (7.15), haciendo  $\hat{\mathbf{T}} = \hat{T}^k$  y  $\hat{\mathbf{W}} = \hat{T}^{k-st}$ . Esta distancia, referida al SRC optimizado, proporciona conclusiones más relevantes que haciendo  $\hat{\mathbf{T}} = \hat{T}^k$  y  $\hat{\mathbf{W}} = \hat{T}^{st}$ , cuya distancia estaría asociada al SRC individual expresada por las funciones de igualación de color asociadas al observador  $k$ . Debido a la gran similitud entre los SRC  $\mathcal{R}^{st}$  y  $\mathcal{R}^{k-st}$ , cabría esperar que la distancia

$$d_{st \rightarrow k-st} = \|\hat{T}^{st} - \hat{T}^{k-st}\|_F, \quad (7.16)$$

referida al SRC optimizado fuera menor que la distancia asociada al SRC individual dada por la expresión siguiente:

$$d_{st \rightarrow k} = \|\hat{T}^{st} - \hat{T}^k\|_F. \quad (7.17)$$

Para demostrar lo anteriormente expuesto vamos a calcular la distancia asociada al SRC individual,  $d_{st \rightarrow k}$ , y la asociada al SRC optimizado  $d_{st \rightarrow k-st}$  en sus respectivos SRC  $\mathcal{R}^k$  y  $\mathcal{R}^{k-st}$  para un conjunto de observadores diferentes. Posteriormente podemos establecer un orden de semejanza con el observador patrón en ambos SRC. Este procedimiento permitirá verificar cómo el orden de semejanza depende del SRC utilizado.

Las distancias entre las matrices características de cada observador y la del patrón, Ec. (7.17), se muestra en la columna 2 de la Tabla 7.1. El orden de similitud respecto del observador patrón obtenido de estas distancias se proporciona en la columna 3. Las distancias  $d_{st \rightarrow k-st}$  referidas al correspondiente espacio optimizado  $\mathcal{R}^{k-st}$  se muestran en la columna 4. El orden de semejanza proporcionado por estas distancias se da en la columna 5. Cuando aplicamos el operador  $H^k$  el orden de semejanza para el conjunto de observadores se ve altamente alterado (ver columnas 3 y 5 en la Tabla 7.1). Las distancias referidas al SRC  $\mathcal{R}^k$  son en general más grandes que las referidas al SRC optimizado  $\mathcal{R}^{k-st}$ . Este es un resultado esperado puesto que el operador  $H^k$  minimiza las diferencias entre los SRC [ZOIt].

Teniendo en cuenta este hecho y los argumentos proporcionados en la Ref. [ZOIt] se puede concluir que el orden de semejanza obtenido cuando utilizamos los SRC  $\mathcal{R}^{k-st}$  es más fiable que el derivado al utilizar los SRC  $\mathcal{R}^k$ .

Como se ha propuesto, la matriz característica nos proporciona una característica global sobre el comportamiento colorimétrico de un grupo de observadores dado [ZOIt]. Debido a los argumentos previos, usaremos la distancia expresada en la Ec. (7.16) para estimar las diferencias entre el observador  $k$  y el

| observador | $d_{st \rightarrow k}$ | orden | $d_{st \rightarrow k-st}$ | orden |
|------------|------------------------|-------|---------------------------|-------|
| SB1        | 6,5583                 | 9     | 1,2569                    | 1     |
| SB6        | 7,6756                 | 10    | 1,4831                    | 2     |
| SB2        | 4,8569                 | 6     | 1,6222                    | 3     |
| SB5        | 4,6171                 | 4     | 1,7481                    | 4     |
| SB4        | 4,7097                 | 5     | 1,8529                    | 5     |
| SB3        | 4,2480                 | 2     | 1,9084                    | 6     |
| VOS        | 3,7369                 | 1     | 1,9796                    | 7     |
| SB9        | 5,1672                 | 7     | 2,2276                    | 8     |
| SB8        | 5,9666                 | 8     | 2,6569                    | 9     |
| SB10       | 9,0620                 | 11    | 2,6589                    | 10    |
| SB7        | 4,5000                 | 3     | 3,0289                    | 11    |

Tabla 7.1: Distancias entre las matrices características asociadas a los 10 observadores de Stiles-Burch ( $2^\circ$ ) y el observador VOS y la matriz característica del patrón, referidos a la base  $\mathcal{R}^k$  (columna 2) y  $\mathcal{R}^{k-st}$  CRS's (columna 4). Ordenamiento según las distancia obtenidas (columnas 3 y 5 respectivamente).

patrón. Se debe señalar que la métrica, Ec. (7.16), depende de la base usada cuando se representan los datos. Cuando calculamos la distancia, hemos escogido las coordenadas  $XYZ$  del observador patrón CIE 1931 porque el SRC optimizado ha sido optimizado respecto de esa base particular. Por supuesto, este sistema no tiene virtudes particulares y es posible optimizar el SRC en un espacio diferente al  $XYZ$ . En este caso, se debe calcular la distancia entre las matrices características en la misma base en la que se ha ejecutado la optimización: el espacio optimizado y la distancia se deben referir a una base común. La distancia entre las matrices características será diferente cuando el cálculo lo realicemos en espacios diferentes. Debido a las propiedades de la matriz característica, es esperable que las conclusiones finales que se obtengan cuando comparemos un conjunto de observadores sean independientes de la base en el que se calcule la distancia entre las matrices características.

### 7.3. Variabilidad entre las normas en los SRC $\mathcal{R}^k$ y $\mathcal{R}^{k-st}$

Ahora vamos a analizar cómo el orden de semejanza depende del método utilizado cuando comparemos el conjunto de observadores. Este análisis también permitirá verificar la validez del método basado en la distancia entre las matrices características. Definimos el vector de diferencias  $\Delta \hat{\mathbf{x}}^{st,OBS}(\lambda) = (\Delta \hat{x}_1^{st,OBS}(\lambda), \Delta \hat{x}_2^{st,OBS}(\lambda), \Delta \hat{x}_3^{st,OBS}(\lambda))$ , donde el superíndice  $OBS$  representa  $k$  cuando utilizamos el SRC  $\mathcal{R}^k$  y  $k-st$  cuando utilizamos el SRC optimizado, y  $\Delta \hat{x}_i^{st,OBS}(\lambda) = \hat{x}_i^{st}(\lambda) - \hat{x}_i^{OBS}(\lambda) (i = 1, 2, 3)$ . Este vector proporciona una medida local de la diferencia entre las funciones de igualación de color (depende de la longitud de onda) de los observadores  $k$  y el patrón. Podemos asociar a esta clase de vectores la norma siguiente [BAC66]:

$$\|\Delta \hat{\mathbf{x}}^{st,OBS}\|^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{n=1}^N [\hat{x}_i^{st}(\lambda_n) - \hat{x}_i^{OBS}(\lambda_n)]^2 \Delta \lambda. \quad (7.18)$$

Esta cantidad proporcionará una medida global de las diferencias entre los dos observadores y nos permitirá establecer un orden de semejanza cuando consideramos un conjunto dado de observadores.



Para todos los observadores considerados en este trabajo hemos calculado la magnitud (7.18) cuando los valores triestímulo están referidos a los SRC  $\mathcal{R}^k$  y  $\mathcal{R}^{k-st}$ . Los resultados se muestran respectivamente en las columnas 2 y 4 de la Tabla 7.2. El orden de similitud con el observador patrón obtenido cuando consideramos las cantidades  $\|\Delta\hat{\mathbf{x}}^{st,k}\|^2$  y  $\|\Delta\hat{\mathbf{x}}^{st,k-st}\|^2$  se muestra en las columnas 3 y 5 respectivamente. Los órdenes de semejanza mostrados en las columnas 3 y 5 de la Tabla 7.2 son muy similares a los órdenes mostrados en las columnas 3 y 5 de la Tabla 7.1 de la Sección anterior respectivamente. El análisis previo señala que el método basado en el cálculo de la distancia entre matrices características proporciona resultados muy similares a los que proporciona el método basado en el cálculo de la norma mediante la Ec. (7.18). Este es un hecho esperado si tenemos en cuenta que ambos métodos tienen un carácter global. En el segundo método el carácter global proviene del proceso de integración indicado en la Ec. (7.18).

| observador | $\ \Delta\hat{\mathbf{x}}^{st,k}\ ^2$ | orden | $\ \Delta\hat{\mathbf{x}}^{st,k-st}\ ^2$ | orden |
|------------|---------------------------------------|-------|--|-------|
| SB6        | 1,6258                                | 10    | 0,7385                                   | 1     |
| SB1        | 1,2830                                | 5     | 0,7619                                   | 2     |
| SB2        | 1,4032                                | 7     | 0,7632                                   | 3     |
| VOS        | 0,8016                                | 1     | 0,7676                                   | 4     |
| SB4        | 1,1851                                | 3     | 0,8960                                   | 5     |
| SB3        | 1,1470                                | 2     | 0,9685                                   | 6     |
| SB9        | 1,3534                                | 6     | 1,0317                                   | 7     |
| SB5        | 1,2106                                | 4     | 1,0349                                   | 8     |
| SB10       | 2,1711                                | 11    | 1,1950                                   | 9     |
| SB8        | 1,5887                                | 9     | 1,2107                                   | 10    |
| SB7        | 1,4591                                | 8     | 1,2908                                   | 11    |

Tabla 7.2: Valores de la norma definida en la Ec. (7.18) y calculadas en los SRC  $\mathcal{R}^k$  y  $\mathcal{R}^{k-st}$  (columnas 2 y 4). Orden de semejanza establecido de acuerdo con los valores de la norma (columnas 3 y 5).

En nuestra opinión el método basado en la matriz característica es mejor que el basado en el cálculo de la norma del vector de diferencias, porque tiene una interpretación física mientras que el último es meramente un artefacto matemático. En cualquier caso, como ya se ha señalado en los trabajos [ZOI99, ZOIt], la matriz  $\hat{T}^k$ , o  $\hat{T}^{k-st}$ , caracteriza el comportamiento colorimétrico del observador  $k$  mientras esto mismo no sucede con la cantidad (7.18). En este sentido, cuando se compara un conjunto de observadores, la distancia entre las matrices características es un parámetro más general, y consecuentemente un mejor estimador para establecer un orden de semejanza que la norma del vector de diferencias (7.18).

#### 7.4. Variabilidad entre los parámetros VAF en los SRC $\mathcal{R}^k$ y $\mathcal{R}^{k-st}$

Otro parámetro que se puede utilizar para comparar el comportamiento colorimétrico de un conjunto de observadores es el mencionado en la Ref. [PER99]: en este trabajo los autores utilizan el VAF como una medida de la similitud entre las funciones de igualación de color. Cuando un observador  $k$  es comparado con un observador patrón, el parámetro que VAF asociado con la  $i$ -ésima función de igualación de color se define como

$$VAF_{st,OBS}^i = \frac{\left( \sum_{n=1}^N \hat{x}_i^{st}(\lambda_n) \hat{x}_i^{OBS}(\lambda_n) \right)^2}{\left( \sum_{n=1}^N [\hat{x}_i^{st}(\lambda_n)]^2 \right) \left( \sum_{n=1}^N [\hat{x}_i^{OBS}(\lambda_n)]^2 \right)}, \quad (7.19)$$

siendo  $OBS = k$  ó  $k-st$ . Debido a la desigualdad de Cauchy-Schwarz este parámetro está limitado por la unidad, y la igualdad se obtiene cuando  $OBS = st$ . Cuanto más grande sea el  $VAF_{st,OBS}^i$  más similares serán las correspondientes  $i$ -ésimas funciones de igualación de color. Para analizar las diferencias globales en el comportamiento colorimétrico de los observadores considerados podemos usar el valor promedio del parámetro definido en la Ec (7.19).

$$\overline{VAF}_{st,OBS} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 VAF_{st,OBS}^i. \quad (7.20)$$

Por supuesto esta cantidad está también limitada por la unidad, cuanto más próxima sea a la unidad más similares serán los observadores. La Ec. (7.20) se puede utilizar para establecer un orden de semejanza en la percepción colorimétrica cuando se considera un conjunto de observadores. Hemos calculado el parámetro  $\overline{VAF}_{st,OBS}$  para todos los observadores considerados en este trabajo cuando  $OBS = k, k-st$ . Los resultados se muestran en las columnas 2 ( $OBS = k$ ) y 4 ( $OBS = k-st$ ) en la Tabla 7.3.

| observador | $\overline{VAF}_{st,k}$ | orden | $\overline{VAF}_{st,k-st}$ | orden |
|------------|-------------------------|-------|----------------------------|-------|
| SB1        | 0,9887                  | 1     | 0,9917                     | 1     |
| SB6        | 0,9866                  | 3     | 0,9913                     | 2     |
| SB2        | 0,9739                  | 8     | 0,9904                     | 3     |
| VOS        | 0,9872                  | 2     | 0,9872                     | 4     |
| SB4        | 0,9837                  | 5     | 0,9872                     | 5     |
| SB5        | 0,9846                  | 4     | 0,9853                     | 6     |
| SB3        | 0,9833                  | 6     | 0,9850                     | 7     |
| SB9        | 0,9789                  | 7     | 0,9816                     | 8     |
| SB10       | 0,9631                  | 11    | 0,9741                     | 9     |
| SB8        | 0,9707                  | 9     | 0,9740                     | 10    |
| SB7        | 0,9668                  | 10    | 0,9684                     | 11    |

Tabla 7.3: Valores promedio del parámetro  $VAF$  dado por la Ec. (7.20). Las funciones de igualación de color del observador  $k$  están referidas a los SRC  $\mathcal{R}^k$  (columna 2) y  $\mathcal{R}^{k-st}$  (columna 4). Orden de semejanza establecido de acuerdo a los valores anteriores (columnas 3 y 5 respectivamente).

Los órdenes de similitud se obtuvieron conforme con estos valores que se proporcionan en las columnas 3 y 5 respectivamente. En primer lugar, hay que destacar que los valores de la columna 2 son menores que los valores de la columna 4. Este resultado es una consecuencia de la acción del operador  $H^k$ : como era de esperar, las funciones de igualación de color de observador  $k$  son más similares a las del patrón cuando consideramos el SRC optimizado. El orden de semejanza de la columna 3 de la Tabla 7.3 no coincide con el orden dado en la columna 3 en la Tabla 7.1. Sin embargo, el orden de semejanza dado

en la columna 5 de la Tabla 7.3 también es similar a los mostrados en la columna 5 de la Tabla 7.1. Cuando comparamos un conjunto de observadores, los resultados obtenidos utilizando el método basado en la matriz característica no difieren de los obtenidos por los métodos basados en la norma (7.18) y el promedio VAF (7.20). Del análisis previo podemos concluir que el orden de semejanza, aunque diferente, no depende fuertemente del método utilizado cuando comparamos el comportamiento colorimétrico, y parece confirmar que la distancia entre las matrices características proporciona una buena medida de la semejanza entre dos observadores: la menor distancia entre las matrices características implica que los observadores son más similares.

## 7.5. Variabilidad entre valores triestímulo en los SRC $\mathcal{R}^k$ y $\mathcal{R}^{k-st}$

Consideramos un conjunto de  $S$  estímulos de referencia, para los cuales hemos generado una colección de  $n_l$  distribuciones de potencia espectral radiante,  $\rho_j^l(\lambda)$  ( $j = 1...n_l$  y  $l = 1...S$ ), las cuales son metaméricas respecto al observador patrón. Así, para cualquier  $j$ ,  $X_{i,j}^{st,l}$  se tendrá:

$$X_{i,j}^{st,l} = K\Delta\lambda \sum_{n=1}^N \hat{x}_i^{st}(\lambda_n) \rho_j^l(\lambda_n), \quad (i = 1, 2, 3). \quad (7.21)$$

Se han generado las distribuciones de potencia espectral radiante utilizando la técnica descrita en las Referencias [ZOI95, EZQ97].

Para un observador dado,  $k$ , la distribución  $\rho_j^l(\lambda)$  proporciona los valores triestímulo

$$X_{i,j}^{OBS,l} = K\Delta\lambda \sum_{n=1}^N \hat{x}_i^{OBS}(\lambda_n) \rho_j^l(\lambda_n), \quad (i = 1, 2, 3). \quad (7.22)$$

En la Ec. (7.22) el superíndice  $OBS$  representa  $k$  cuando utilizamos los conjuntos de funciones de igualación de color  $\{\hat{x}_i^k(\lambda)\}$  en el SRC  $\mathcal{R}^k$  o a  $k-st$  cuando utilizamos los conjuntos de funciones de igualación de color  $\{\hat{x}_i^{k-st}(\lambda)\}$  en el SRC  $\mathcal{R}^{k-st}$ .

El valor promedio al número  $n_l$  de distribuciones metaméricas de los valores triestímulo para el estímulo de referencia  $l$ -ésimo viene dado por

$$X_i^{OBS,l} = \frac{1}{n_l} \sum_{j=1}^{n_l} X_{i,j}^{OBS,l}. \quad (7.23)$$

Hemos calculado

$$\Delta X_i^{OBS,l} = 100 \frac{|X_i^{OBS,l} - X_i^{st,l}|}{X_i^{st,l}}, \quad (7.24)$$

que proporciona la diferencia en porcentaje entre el promedio (7.23) y el valor triestímulo  $i$ -ésimo asociado al observador patrón. Para facilitar la comparación entre los diferentes resultados obtenidos en otros trabajos, hemos decidido utilizar las diferencias relativas (7.24) como una medida de la desviación. En general, son más difíciles de interpretar las diferencias absolutas.

El promedio a los valores triestímulo de los resultados obtenidos en la Ec. (7.24) viene dado por

$$\Delta X^{OBS,l} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \Delta X_i^{OBS,l}. \quad (7.25)$$

Finalmente el promedio a todos los centros de color se determina de la forma:

$$\Delta X^{OBS} = \frac{1}{S} \sum_{l=1}^S \Delta X^{OBS,l}. \quad (7.26)$$

Los valores obtenidos en (7.26) pueden ser utilizados para establecer un orden de similitud entre observadores en ambos SRC  $\mathcal{R}^k$  y  $\mathcal{R}^{[k-st]}$ .

El objetivo de esta sección es comparar el comportamiento colorimétrico de un conjunto de observadores. Para hacerlo, evaluamos las diferencias entre cada observador individual y uno patrón (el observador patrón CIE 1931 [WYS82]). Los observadores individuales son, los diez observadores de Stiles-Burch [TRE87] con el correspondiente observador medio, SBM, y el observador patrón CIE 1931 modificado por Vos [VOS78]. Las respectivas funciones de igualación de color fueron determinadas para campos visuales de  $2^\circ$ .

Estos conjuntos de funciones de igualación de color han sido transformados al sistema de representación G94 [MARth, MAR96]. Esta transformación se ha llevado a cabo para evitar posibles errores por trabajar con funciones de igualación de color que toman valores negativos cuando estas se expresan en el sistema de estímulos primarios CIE 1931. En palabras de Martínez *et al.* [MAR96] (ver página 488):

*“This transformation is similar to that proposed by the CIE and enables us to obtain the new cmf  $\bar{x}'$ ,  $\bar{y}'$ ,  $\bar{z}'$  referred to a new system of unreal primaries, which, for not being the same as that established by the CIE, we will hereafter call  $X'Y'Z'$ . This new transformation is needed because, the application of the transformations established by the CIE for its Standard Observer to the different observers which are involved in our experiments, negative values appeared in various cmf. These negative values were due to the fact that the triangle  $XYZ$  established by the CIE did not totally encompass all the spectral points  $r$ ,  $g$  of all our observers.*

*The new  $X'Y'Z'$  reference system was sought while fulfilling all the conditions imposed by the CIE to obtain the system established for the Standard Observer. This new  $X'Y'Z'$  system of unreal reference stimuli is:*

$$\begin{aligned} \text{Reference stimulus } X' : \quad & r = +1,4856 \quad g = -0,3215 \\ \text{Reference stimulus } Y' : \quad & r = -1,6985 \quad g = +2,6267 \\ \text{Reference stimulus } Z' : \quad & r = -0,7431 \quad g = +0,1409 \end{aligned}$$

*The new transformation relationships between the cmf were arrived at by the following:*

$$\begin{aligned} \bar{x}' &= 2,7654\bar{r} + 1,7573\bar{g} + 1,1281\bar{b} \\ \bar{y}' &= \bar{r} + 4,5907\bar{g} + 0,0601\bar{b} \\ \bar{z}' &= 0,5858\bar{r} + 0,2472\bar{g} + 4,8178\bar{b} \end{aligned}$$

where  $\bar{r}$ ,  $\bar{g}$ ,  $\bar{b}$  are the cmf referred to the CIE 1931 RGB system.

The essential point that must finally be emphasized is that we have used a single reference system (similar to that of the CIE) for all the observers involved in the present study”.

Hay que destacar que nuestra notación difiere de la que utiliza Martínez *et al.* [MAR96]: preferimos usar letras mayúsculas sin primas para indicar los valores tristímulo en G94, mientras que ellos utilizan esta notación cuando especifican los valores tristímulo en el sistema de estímulos primarios CIE 1931. Los valores tristímulo  $\mathbf{X}$  en G94 se obtienen partiendo de los especificados en CIE 1931,  $\mathbf{X}'$ , usando la transformación  $\mathbf{X} = C_{XYZ31}^{G94} \mathbf{X}'$ , donde  $C_{XYZ31}^{G94}$  es la matriz dada en la Ec. (5) de la Ref. [EZQ01].

En esta Sección tanto los estímulos de color de referencia,  $(X_1^{st,l}, X_2^{st,l}, X_3^{st,l})$ , como las distribuciones de potencia espectral radiante metaméricas utilizadas,  $n_l$ , son las empleadas en el Capítulo 3, Sección 3.1. Tabla 3.1. Recordemos que los centros de color son los sugeridos por la CIE [ROB78], y que las distribuciones eran metaméricas respecto al observador patrón CIE 1931.

Los resultados obtenidos cuando comparamos los observadores se muestran en las Tablas 7.4 y 7.5. Los resultados promedio (7.25) se muestran para todos los observadores y centros del color ( $l = A, B, C, D, E$ ) en la Tabla 7.4. Debido a la aplicación del operador  $H^k$ , los valores  $\Delta X^{k-st,l}$  son menores que los valores  $\Delta X^{k,l}$  para todos los centros del color. Los valores de las diferencias entre los promedios (7.25) calculados en los SRC  $\mathcal{R}^{k-st}$  y  $\mathcal{R}^k$  depende del centros de color considerado. La diferencia entre ambas cantidades es muy baja para el centro acromático (A) y más alta para el centro del color rojo (B).

| –    | Centro A         |                  | Centro B         |                  | Centro C         |                  | Centro D         |                  | Centro E         |                  |
|------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
|      | $\Delta X^{k,A}$ | $\Delta X^{O,A}$ | $\Delta X^{k,B}$ | $\Delta X^{O,B}$ | $\Delta X^{k,C}$ | $\Delta X^{O,C}$ | $\Delta X^{k,D}$ | $\Delta X^{O,D}$ | $\Delta X^{k,E}$ | $\Delta X^{O,E}$ |
| SB1  | 7,74             | 0,90             | 7,81             | 2,10             | 6,05             | 0,47             | 9,11             | 0,77             | 11,10            | 1,37             |
| SB2  | 3,95             | 0,43             | 6,81             | 3,86             | 5,49             | 1,02             | 8,19             | 1,17             | 6,05             | 1,70             |
| SB3  | 5,32             | 1,24             | 4,34             | 3,67             | 6,59             | 1,25             | 4,31             | 1,49             | 3,84             | 2,01             |
| SB4  | 6,10             | 0,75             | 10,11            | 3,46             | 5,98             | 1,42             | 6,49             | 1,48             | 9,53             | 2,42             |
| SB5  | 7,93             | 0,96             | 4,54             | 3,19             | 8,10             | 1,11             | 7,64             | 1,23             | 9,11             | 2,38             |
| SB6  | 13,80            | 1,02             | 10,79            | 1,17             | 11,30            | 0,99             | 14,61            | 0,88             | 16,11            | 1,43             |
| SB7  | 6,67             | 2,33             | 4,79             | 4,50             | 7,82             | 2,54             | 7,23             | 3,60             | 7,66             | 4,87             |
| SB8  | 10,31            | 2,04             | 8,75             | 4,08             | 11,96            | 1,73             | 8,59             | 2,29             | 8,69             | 3,41             |
| SB9  | 3,84             | 1,53             | 8,07             | 3,73             | 2,87             | 1,57             | 3,35             | 2,16             | 4,95             | 2,81             |
| SB10 | 8,51             | 2,54             | 11,89            | 2,68             | 6,04             | 2,35             | 8,80             | 3,19             | 12,19            | 4,60             |
| SBM  | 4,38             | 0,91             | 5,03             | 3,62             | 5,89             | 1,21             | 3,48             | 1,33             | 3,45             | 2,06             |
| VOS  | 2,30             | 0,47             | 1,38             | 2,43             | 2,55             | 1,17             | 3,35             | 1,49             | 3,60             | 1,45             |

Tabla 7.4: Valores del promedio (7.25) para los diferentes centros de color en los SRC  $\mathcal{R}^k$  y  $\mathcal{R}^{k-st}$  siendo  $O=k-st$ .

Los resultados obtenidos en la Ecuación (7.26) cuando promediamos a los centros de color se muestra en las columnas 2 ( $OBS = k$ ) y 4 ( $OBS = k - st$ ) en la Tabla 7.5. El orden de semejanza derivado de estos valores se muestra en columnas 3 y 5 respectivamente. Hay que destacar de nuevo, que las diferencias promedio mostradas en la columna 4 son menores que las que aparecen en la columna 2. Cuando las diferencias (7.26) se calculan considerando el SRC  $\mathcal{R}^k$  el orden de semejanza obtenido es muy similar al mostrado en la columna 5 de la Tabla 7.1. Por otro lado, el orden de semejanza obtenido cuando las diferencias promedio (7.26) se calculan en los SRC optimizados está en acuerdo con el orden proporcionado en la columna 5 de la Tabla 7.1.

Cuando comparamos los observadores, las diferencias en los órdenes de semejanza mostrados en las

Tablas 7.1 y 7.5 son debidos al hecho de que el primer método proporciona diferencias globales, mientras que el segundo método tiene un carácter local y el orden de semejanza depende del conjunto de estímulos elegidos [ZOI99, EZQ01, ZOItb]. De este análisis que se puede concluir que el primer método, basado en la matriz característica, es más general que el segundo, basado en el análisis de variabilidad en los valores triestímulo asociados con los diferentes observadores.

| observador | $\Delta X^k$ | orden | $\Delta X^{k-st}$ | orden |
|------------|--------------|-------|-------------------|-------|
| SB6        | 13,32        | 11    | 1,10              | 1     |
| SB1        | 8,36         | 8     | 1,12              | 2     |
| VOS        | 2,64         | 1     | 1,40              | 3     |
| SB2        | 6,10         | 4     | 1,64              | 4     |
| SB5        | 7,47         | 6     | 1,78              | 5     |
| SB4        | 7,64         | 7     | 1,91              | 6     |
| SB3        | 4,88         | 3     | 1,93              | 7     |
| SB9        | 4,62         | 2     | 2,36              | 8     |
| SB8        | 9,66         | 10    | 2,71              | 9     |
| SB10       | 9,49         | 9     | 3,07              | 10    |
| SB7        | 6,83         | 5     | 3,57              | 11    |

Tabla 7.5: Valores del promedio (7.26) en los SRC  $\mathcal{R}^k$  y  $\mathcal{R}^{k-st}$  (columnas 2 y 4). Orden de semejanza de acuerdo con estos valores (columnas 3 y 5).

## 7.6. Influencia de la base en los cálculos de la variabilidad entre funciones de igualación de color

Finalmente discutiremos la influencia de la base utilizada. Hay que destacar que en los cálculos previos hemos utilizado un sistema de primarios irreales parecido al del observador patrón CIE 1931, denominado G94. Las funciones de igualación de color de los observadores considerados han sido transformadas al sistema RGB de primarios utilizado para definir el observador CIE 1931. En esta base hemos calculado las distancias (7.16) y (7.17). Los datos se muestran en la Tabla 7.6.

Los valores de las distancias (columnas 2 y 4) son menores que las distancias proporcionadas en las columnas 2 y 4 de la Tabla 7.1. Este hecho indica que las distancias (7.16) y (7.17) dependen de la base, aunque el orden de semejanza en el SRC optimizado es casi igual en los sistemas XYZ y RGB (ver la columna 5 en las Tablas 7.1 y 7.6). También hemos calculado las cantidades (7.18) y (7.20) cuando consideramos la base RGB. En ambos casos los valores obtenidos son diferentes a los que aparecen en las columnas 2 y 4 de las Tablas 7.2 y 7.3, mientras que el orden de semejanza es casi igual al mostrado en la columna 5 de dichas tablas. Hay que tener en cuenta que la relación entre las bases RGB y XYZ es lineal. Aunque el operador  $H^k$  minimiza la cantidad (7.2), las distancias (7.16) y (7.17) no son invariantes cuando consideramos una transformación lineal. Por consiguiente en el caso de transformaciones no-lineales, las distancias se deben alterar. La dependencia del parámetro VAF con la base también se muestra en las Tablas 3 y 4 de la Ref. [PER99]).

| observadores | $d_{st \rightarrow k}$ | orden | $d_{st \rightarrow k-st}$ | orden |
|--------------|------------------------|-------|---------------------------|-------|
| SB2          | 1,7460                 | 9     | 0,3345                    | 1     |
| SB6          | 1,6485                 | 8     | 0,3556                    | 2     |
| SB1          | 1,4602                 | 6     | 0,3647                    | 3     |
| SB4          | 1,0050                 | 2     | 0,3872                    | 4     |
| VOS          | 0,8032                 | 1     | 0,4008                    | 5     |
| SB5          | 1,3472                 | 4     | 0,4122                    | 6     |
| SB3          | 1,5261                 | 7     | 0,4345                    | 7     |
| SB9          | 1,3794                 | 5     | 0,4742                    | 8     |
| SB8          | 1,8611                 | 10    | 0,5752                    | 9     |
| SB10         | 2,0563                 | 11    | 0,5817                    | 10    |
| SB7          | 1,3080                 | 3     | 0,6284                    | 11    |

Tabla 7.6: Distancias entre las matrices características asociadas a cada observador y la del observador patrón referidas a los SRC  $\mathcal{R}^k$  (columna 2) y  $\mathcal{R}^{k-st}$  (columna 4) cuando consideramos la base RGB. Orden de similitud de acuerdo a estas distancias (columnas 3 y 5 respectivamente).





## Capítulo 8

# Conclusiones

El objetivo de este trabajo ha sido el estudio de la variabilidad inter e intra-observadores en la percepción colorimétrica. Esto se ha abordado de forma global, basándonos en la comparación de parejas de funciones de igualación de color, y de forma local mediante el estudio de la percepción absoluta y relativa de estímulos de color por diferentes observadores. Las conclusiones de este trabajo son las siguientes:

- Hemos mejorado notablemente una técnica de generación de distribuciones espectrales de potencia radiante metaméricas respecto a un observador. Dicha técnica basada en el algoritmo del símplex emplea unas cotas que debido al proceso de generación son aleatorias. La introducción de restricciones en la primera y segunda derivada induce un carácter pseudo-aleatorio en las cotas empleadas, ello nos permite obtener un número elevado de distribuciones metaméricas. Las distribuciones generadas presentan mayor semejanza con aquellas que habitualmente se producen por fuentes de radiación convencionales.
- Se ha diseñado un procedimiento sistemático para evaluar cuantitativamente la similitud entre las percepciones colorimétricas de un conjunto de observadores.

El procedimiento está basado en la evaluación de las diferencias entre los valores triestímulo que producen un conjunto de estímulos metaméricos considerados para una pareja de observadores, para campos visuales pequeños, 2°. A partir de los resultados obtenidos hemos ordenado los observadores en función de la similitud entre sus percepciones colorimétricas con respecto a un observador de referencia. Estos resultados están de acuerdo con los obtenidos por otros autores.

- Hemos comparado la percepción absoluta y relativa de estímulos de color para los observadores reales, CF y JAM. Dicha comparación se ha realizado de forma cuantitativa mediante el cálculo de un parámetro que proporciona una medida de la variabilidad entre observadores que tiene en cuenta los umbrales de discriminación cromática. Los resultados muestran que el comportamiento colorimétrico de los observadores reales claramente se aleja del observador de referencia y exhiben una clara no reciprocidad en la percepción absoluta de estímulos de color. Estos resultados están en consonancia con los proporcionados por otros autores.
- Hemos evaluado las diferencias de color entre pares metaméricos en el espacio CIELAB considerando distribuciones espectrales de potencia radiante metaméricas respecto al observador *CIE31*. Utilizando una de estas distribuciones como referencia, hemos evaluado la similitud de un conjunto de observadores respecto del observador *CIE31*.

- Se ha estudiado teóricamente la variabilidad inter-observadores en la percepción de las pequeñas diferencias de color y hemos constatado cómo las igualaciones metaméricas dependen de la respuesta espectral característica del sistema visual de cada observador. En promedio las diferencias entre las igualaciones hechas para dos observadores diferentes se estimó en torno de 2,5 unidades CIELAB, lo cual está en concordancia con el trabajo experimental llevado a cabo por Alfvén y Fairchild [ALF97].
- Se ha demostrado cómo la variabilidad en las funciones de igualación de color no sólo influye en la percepción absoluta de un estímulo físico, sino también en la evaluación de las diferencias en luminancias. Hemos analizado la influencia de las funciones de igualación de color en la percepción de umbrales de luminancia en términos de la fracción de Weber. Los umbrales de luminancia con cromaticidad fija muestran una dependencia con las funciones de mezcla de cada observador.
- Hemos constatado que en régimen de niveles de luminancia bajos y medios, funciones de igualación de color influyen fuertemente en los umbrales de luminancia, mientras que para niveles altos de luminancia, los umbrales son esencialmente independientes de funciones de igualación de color.
- Hemos comparando la reproducción colorimétrica de un conjunto de observadores por diferentes métodos. De ellos el método basado en la utilización de las distancias entre las matrices características asociadas a dichos observadores fue el preferido.
- Hemos constatado la fuerte influencia del sistema de representación de color (SRC) cuando comparamos la percepción colorimétrica inter-observadores. Podemos concluir que los estudios de la percepción colorimétrica se deben realizar en los SRC optimizados cuando las funciones de igualaciones de color han sido obtenidas utilizando diferentes instrumentos colorimétricos o cuando son comparadas las propiedades de las funciones de igualaciones de color de diferentes conjuntos de observadores. Las diferencias entre la percepción colorimétrica de diferentes observadores quedan minimizadas cuando los datos de las funciones de igualación de color están referidos a los SRC optimizados.

## Apéndice A

# Variabilidad en la percepción de los estímulos

Se muestran las tablas de los parámetros estadísticos calculados según las Ecs. (3.4) a la (3.8), para los 5 centros de color considerados. En la última columna de estas tablas hemos representado el nivel de significación cuando aplicamos el test de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors (KS) para un nivel de confianza  $\alpha = 0,05$ .

| c.c. <b>A</b> | $X_1^{k,A}$ | $\sigma_1^{k,A}$ | $As_1^{k,A}$ | $K_1^{k,A}$ | $CV_1^{k,A}$ | $p_1^{k,A}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 28,4621     | —                | —            | —           | —            | —           |
| VOS           | 28,1452     | 0,2471           | −0,4154      | 2,1728      | 0,0088       | 0,1369      |
| CF            | 26,1156     | 0,9460           | 1,1583       | 3,6294      | 0,0362       | 0,1818      |
| JAM           | 29,9620     | 1,0313           | 1,2431       | 3,5531      | 0,0344       | 0,1927      |
| MM            | 29,7547     | 1,0042           | 1,2360       | 3,5454      | 0,0337       | 0,2216      |
| SB1           | 30,2693     | 1,6818           | 0,4663       | 2,4604      | 0,0556       | 0,0851      |
| SB2           | 28,5052     | 0,9508           | 0,7614       | 2,9174      | 0,0334       | 0,1000      |
| SB3           | 27,3635     | 1,6041           | 0,5788       | 2,5125      | 0,0586       | 0,0820      |
| SB4           | 30,0585     | 0,7975           | −0,3253      | 2,5374      | 0,0265       | 0,0846      |
| SB5           | 27,9395     | 1,5366           | 0,3303       | 2,4272      | 0,0550       | 0,0479      |
| SB6           | 26,6612     | 1,0468           | 0,3193       | 2,4282      | 0,0393       | 0,0774      |
| SB7           | 27,4787     | 1,0064           | −0,1734      | 2,4379      | 0,0366       | 0,0666      |
| SB8           | 25,5403     | 1,3638           | 0,4238       | 2,5423      | 0,0534       | 0,0513      |
| SB9           | 29,2936     | 1,2577           | 0,2448       | 2,4459      | 0,0429       | 0,0554      |
| SB10          | 29,3100     | 1,3259           | 0,5453       | 2,4648      | 0,0452       | 0,0780      |
| SBM           | 28,2420     | 1,2479           | 0,3547       | 2,4437      | 0,0442       | 0,0432      |

Tabla A.1: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_1$  para el centro de color Acromático (c.c. **A**).

| c.c. <b>A</b> | $X_2^{k,A}$ | $\sigma_2^{k,A}$ | $As_2^{k,A}$ | $K_2^{k,A}$ | $CV_2^{k,A}$ | $p_2^{k,A}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 30,0000     | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 30,1463     | 0,0328           | -0,9095      | 2,8236      | 0,0011       | 0,1707      |
| CF            | 30,2707     | 0,0191           | 1,0042       | 3,6932      | 0,0006       | 0,1115      |
| JAM           | 30,2193     | 0,0014           | 0,7242       | 2,1892      | 0,0000       | 0,1549      |
| MM            | 30,2166     | 0,0014           | 0,3515       | 2,8336      | 0,0000       | 0,1071      |
| SB1           | 32,2798     | 0,4109           | -0,6434      | 3,1087      | 0,0127       | 0,1168      |
| SB2           | 31,0858     | 0,4443           | 0,4031       | 2,8177      | 0,0143       | 0,1000      |
| SB3           | 30,9363     | 0,4459           | 0,0451       | 2,5672      | 0,0144       | 0,0581      |
| SB4           | 34,0146     | 0,3562           | -1,7072      | 5,9834      | 0,0105       | 0,1855      |
| SB5           | 33,0735     | 0,7456           | -0,3371      | 2,9905      | 0,0225       | 0,0950      |
| SB6           | 30,3241     | 0,3858           | -1,0979      | 2,9593      | 0,0127       | 0,2106      |
| SB7           | 30,7159     | 0,2491           | -1,5687      | 5,0490      | 0,0081       | 0,1780      |
| SB8           | 30,5553     | 0,2175           | -1,7590      | 6,1182      | 0,0071       | 0,1909      |
| SB9           | 31,6547     | 0,2546           | -1,0449      | 3,6078      | 0,0080       | 0,1543      |
| SB10          | 31,4111     | 0,1389           | -1,5680      | 5,0201      | 0,0044       | 0,1738      |
| SBM           | 31,6051     | 0,2409           | -1,1815      | 3,9382      | 0,0076       | 0,1637      |

Tabla A.2: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_2$  para el centro de color Acromático (c.c. **A**).

| c.c. <b>A</b> | $X_3^{k,A}$ | $\sigma_3^{k,A}$ | $As_3^{k,A}$ | $K_3^{k,A}$ | $CV_3^{k,A}$ | $p_3^{k,A}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 31,4246     | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 29,3461     | 0,8241           | 0,1279       | 2,0158      | 0,0281       | 0,0854      |
| CF            | 31,4589     | 1,4150           | 0,4832       | 3,0229      | 0,0450       | 0,0710      |
| JAM           | 46,9474     | 2,7400           | 1,2835       | 3,9093      | 0,0584       | 0,1493      |
| MM            | 43,6648     | 2,4836           | 1,2841       | 3,8750      | 0,0569       | 0,1462      |
| SB1           | 36,0666     | 0,4583           | 0,2853       | 2,7663      | 0,0127       | 0,0734      |
| SB2           | 28,9903     | 0,6401           | 0,0840       | 2,0483      | 0,0221       | 0,0650      |
| SB3           | 29,7717     | 0,5870           | 0,1369       | 2,1278      | 0,0197       | 0,0725      |
| SB4           | 31,0293     | 0,9926           | -0,4195      | 2,4022      | 0,0320       | 0,1390      |
| SB5           | 28,6353     | 0,5717           | 0,0909       | 2,0484      | 0,0200       | 0,0740      |
| SB6           | 21,8419     | 0,2102           | -0,1137      | 5,2406      | 0,0096       | 0,0814      |
| SB7           | 27,4799     | 1,2851           | -0,0066      | 2,1006      | 0,0468       | 0,0514      |
| SB8           | 26,7400     | 0,7802           | 0,2275       | 2,1061      | 0,0292       | 0,0644      |
| SB9           | 33,0946     | 0,9570           | 0,2158       | 2,1366      | 0,0289       | 0,0644      |
| SB10          | 37,3546     | 1,3279           | -0,6384      | 2,8413      | 0,0355       | 0,1100      |
| SBM           | 30,1004     | 0,6720           | 0,0876       | 2,1011      | 0,0223       | 0,0478      |

Tabla A.3: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_3$  para el centro de color Acromático (c.c. **A**).

| c.c. <b>B</b> | $X_1^{k,B}$ | $\sigma_1^{k,B}$ | $As_1^{k,B}$ | $K_1^{k,B}$ | $CV_1^{k,B}$ | $p_1^{k,B}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 19,9424     | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 19,8621     | 0,0581           | -0,2917      | 2,5431      | 0,0029       | 0,1121      |
| CF            | 16,8432     | 0,1521           | -0,4766      | 2,2676      | 0,0090       | 0,0839      |
| JAM           | 16,6495     | 0,0528           | -0,2678      | 3,2761      | 0,0032       | 0,0350      |
| MM            | 17,1286     | 0,0497           | -0,0338      | 3,0266      | 0,0029       | 0,0241      |
| SB1           | 19,9788     | 0,2410           | -0,5571      | 2,6974      | 0,0121       | 0,0825      |
| SB2           | 17,0201     | 0,1886           | -0,4223      | 2,3155      | 0,0111       | 0,0818      |
| SB3           | 18,1336     | 0,2932           | -0,5848      | 2,8016      | 0,0162       | 0,0852      |
| SB4           | 20,6703     | 0,1813           | -0,5397      | 2,5843      | 0,0088       | 0,1078      |
| SB5           | 19,1189     | 0,2645           | -0,6003      | 2,7851      | 0,0138       | 0,0834      |
| SB6           | 19,3265     | 0,1307           | -0,5234      | 2,8664      | 0,0068       | 0,0725      |
| SB7           | 19,2296     | 0,2487           | -0,5575      | 2,6004      | 0,0129       | 0,1009      |
| SB8           | 16,5816     | 0,2622           | -0,5302      | 2,6987      | 0,0158       | 0,0808      |
| SB9           | 19,5753     | 0,2651           | -0,5259      | 2,6275      | 0,0135       | 0,0838      |
| SB10          | 18,5253     | 0,2754           | -0,5983      | 2,4770      | 0,0149       | 0,1004      |
| SBM           | 18,8160     | 0,2344           | -0,5516      | 2,6325      | 0,0125       | 0,0880      |

Tabla A.4: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_1$  para el centro de color Rojo (c.c. **B**).

| c.c. <b>B</b> | $X_2^{k,B}$ | $\sigma_2^{k,B}$ | $As_2^{k,B}$ | $K_2^{k,B}$ | $CV_2^{k,B}$ | $p_2^{k,B}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 14,1000     | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 14,1532     | 0,0071           | -0,3587      | 2,3340      | 0,0005       | 0,1066      |
| CF            | 14,2760     | 0,0016           | -0,0033      | 3,5360      | 0,0001       | 0,0358      |
| JAM           | 14,2633     | 0,0003           | -2,0833      | 8,3060      | 0,0000       | 0,1990      |
| MM            | 14,2640     | 0,0003           | -2,2192      | 8,7898      | 0,0000       | 0,1967      |
| SB1           | 15,6063     | 0,0185           | 0,0305       | 2,7070      | 0,0012       | 0,0423      |
| SB2           | 13,7470     | 0,0451           | -0,0616      | 1,7814      | 0,0033       | 0,1141      |
| SB3           | 14,6424     | 0,0450           | -0,0643      | 2,0666      | 0,0031       | 0,0981      |
| SB4           | 16,3713     | 0,0320           | 1,2805       | 5,7857      | 0,0020       | 0,1130      |
| SB5           | 15,6157     | 0,0318           | 0,0736       | 2,7543      | 0,0020       | 0,0261      |
| SB6           | 15,3387     | 0,0615           | 0,7025       | 3,1423      | 0,0040       | 0,1046      |
| SB7           | 15,1995     | 0,0392           | 0,8121       | 3,4781      | 0,0026       | 0,0936      |
| SB8           | 14,6626     | 0,0429           | 0,9480       | 3,7933      | 0,0029       | 0,1175      |
| SB9           | 15,4341     | 0,0134           | 0,3629       | 2,7325      | 0,0009       | 0,0555      |
| SB10          | 15,2156     | 0,0170           | 1,3808       | 5,7979      | 0,0011       | 0,1573      |
| SBM           | 15,1833     | 0,0151           | 0,8765       | 4,8669      | 0,0010       | 0,0533      |

Tabla A.5: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_2$  para el centro de color Rojo (c.c. **B**).

| c.c. <b>B</b> | $X_3^{k,B}$ | $\sigma_3^{k,B}$ | $As_3^{k,B}$ | $K_3^{k,B}$ | $CV_3^{k,B}$ | $p_3^{k,B}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 9,7785      | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 9,7313      | 0,2811           | -0,3612      | 2,5351      | 0,0289       | 0,1415      |
| CF            | 9,3150      | 0,1845           | -0,2971      | 2,5732      | 0,0198       | 0,0797      |
| JAM           | 10,3020     | 0,3101           | 0,0922       | 4,3685      | 0,0301       | 0,0488      |
| MM            | 9,6905      | 0,2582           | 0,0690       | 4,6272      | 0,0266       | 0,0543      |
| SB1           | 10,8083     | 0,1501           | -0,4674      | 2,3911      | 0,0139       | 0,1310      |
| SB2           | 8,9658      | 0,2533           | -0,5245      | 2,4183      | 0,0283       | 0,1877      |
| SB3           | 9,5730      | 0,2726           | -0,4379      | 2,6301      | 0,0285       | 0,1347      |
| SB4           | 10,2794     | 0,2887           | -0,4434      | 2,6687      | 0,0281       | 0,1637      |
| SB5           | 9,4354      | 0,2360           | -0,5915      | 2,8872      | 0,0250       | 0,1636      |
| SB6           | 7,5899      | 0,0411           | -0,2677      | 6,7502      | 0,0054       | 0,1176      |
| SB7           | 9,5683      | 0,4600           | -0,4540      | 2,4771      | 0,0481       | 0,1595      |
| SB8           | 8,6370      | 0,3329           | -0,4197      | 2,7373      | 0,0385       | 0,1330      |
| SB9           | 10,6706     | 0,3842           | -0,3405      | 2,4258      | 0,0360       | 0,1286      |
| SB10          | 11,5345     | 0,3505           | -0,6861      | 2,3283      | 0,0304       | 0,1671      |
| SBM           | 9,7062      | 0,2731           | -0,4782      | 2,4860      | 0,0281       | 0,1598      |

Tabla A.6: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_3$  para el centro de color Rojo (c.c. **B**).

| c.c. <b>C</b> | $X_1^{k,C}$ | $\sigma_1^{k,C}$ | $As_1^{k,C}$ | $K_1^{k,C}$ | $CV_1^{k,C}$ | $p_1^{k,C}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 62,8357     | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 62,3115     | 0,0256           | 0,8902       | 3,7368      | 0,0004       | 0,1120      |
| CF            | 54,6996     | 0,1588           | -0,3221      | 2,5672      | 0,0029       | 0,0644      |
| JAM           | 58,0359     | 0,2011           | -1,4125      | 6,1261      | 0,0035       | 0,1374      |
| MM            | 58,7312     | 0,2515           | -1,3669      | 5,3646      | 0,0043       | 0,0983      |
| SB1           | 62,9441     | 0,9887           | -1,2644      | 4,4096      | 0,0157       | 0,1323      |
| SB2           | 59,8153     | 0,4431           | -0,5146      | 2,3623      | 0,0074       | 0,1329      |
| SB3           | 57,2131     | 0,8862           | -1,0678      | 3,6586      | 0,0155       | 0,1325      |
| SB4           | 64,3498     | 0,6273           | -1,0592      | 3,4651      | 0,0097       | 0,1629      |
| SB5           | 59,7426     | 0,9762           | -1,1095      | 3,7901      | 0,0163       | 0,1341      |
| SB6           | 59,9258     | 0,7123           | -1,2416      | 4,1899      | 0,0119       | 0,1298      |
| SB7           | 59,4853     | 0,6806           | -1,0897      | 3,7398      | 0,0114       | 0,1535      |
| SB8           | 53,4815     | 0,7823           | -1,1166      | 3,9103      | 0,0146       | 0,1244      |
| SB9           | 61,4874     | 0,7643           | -1,1909      | 4,0995      | 0,0124       | 0,1341      |
| SB10          | 59,0119     | 0,6768           | -0,8890      | 3,2293      | 0,0115       | 0,1276      |
| SBM           | 59,7457     | 0,7522           | -1,0833      | 3,7347      | 0,0126       | 0,1271      |

Tabla A.7: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_1$  para el centro de color Amarillo (c.c. **C**).

| c.c. <b>C</b> | $X_2^{k,C}$ | $\sigma_2^{k,C}$ | $As_2^{k,C}$ | $K_2^{k,C}$ | $CV_2^{k,C}$ | $p_2^{k,C}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 69,3000     | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 69,4096     | 0,0135           | 1,6434       | 6,5547      | 0,0002       | 0,1054      |
| CF            | 69,8846     | 0,0124           | 0,0345       | 1,4429      | 0,0002       | 0,1689      |
| JAM           | 69,8492     | 0,0012           | -0,4761      | 1,9290      | 0,0000       | 0,1513      |
| MM            | 69,8490     | 0,0016           | -0,7530      | 2,4308      | 0,0000       | 0,1497      |
| SB1           | 74,4359     | 0,3321           | -1,7927      | 6,3663      | 0,0045       | 0,1775      |
| SB2           | 70,6495     | 0,2637           | -1,4040      | 4,9410      | 0,0037       | 0,1398      |
| SB3           | 70,9589     | 0,3230           | -1,6400      | 5,5972      | 0,0046       | 0,1874      |
| SB4           | 76,7351     | 0,1945           | -2,2204      | 8,1449      | 0,0025       | 0,2372      |
| SB5           | 75,2007     | 0,5851           | -1,6399      | 5,8245      | 0,0078       | 0,1389      |
| SB6           | 71,1674     | 0,1600           | 0,2040       | 1,5456      | 0,0022       | 0,1803      |
| SB7           | 71,5625     | 0,0440           | 0,0056       | 1,4798      | 0,0006       | 0,1804      |
| SB8           | 70,8199     | 0,0545           | 0,1228       | 1,2996      | 0,0008       | 0,2198      |
| SB9           | 73,5640     | 0,1916           | -2,3987      | 9,4280      | 0,0026       | 0,2172      |
| SB10          | 73,1318     | 0,0738           | -2,9756      | 14,7043     | 0,0010       | 0,2316      |
| SBM           | 72,8226     | 0,1793           | -2,1441      | 7,9579      | 0,0025       | 0,2120      |

Tabla A.8: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_2$  para el centro de color Amarillo (c.c. **C**).

| c.c. <b>C</b> | $X_3^{k,C}$ | $\sigma_3^{k,C}$ | $As_3^{k,C}$ | $K_3^{k,C}$ | $CV_3^{k,C}$ | $p_3^{k,C}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 35,5997     | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 33,1749     | 0,1819           | -0,1619      | 2,4686      | 0,0055       | 0,1220      |
| CF            | 34,2569     | 1,1866           | 0,1724       | 1,5490      | 0,0346       | 0,1770      |
| JAM           | 47,2509     | 0,8152           | -0,5590      | 3,0844      | 0,0173       | 0,0788      |
| MM            | 44,6812     | 0,6447           | -0,7078      | 3,6402      | 0,0144       | 0,0755      |
| SB1           | 39,0125     | 0,1450           | -1,8205      | 12,1435     | 0,0037       | 0,0864      |
| SB2           | 32,1935     | 0,1746           | 0,2295       | 1,6986      | 0,0054       | 0,1594      |
| SB3           | 32,4402     | 0,1012           | -0,1283      | 6,2329      | 0,0031       | 0,0588      |
| SB4           | 34,1179     | 0,3151           | 0,3263       | 2,1529      | 0,0092       | 0,1199      |
| SB5           | 31,6669     | 0,1508           | 0,4355       | 2,2394      | 0,0048       | 0,1440      |
| SB6           | 26,0279     | 0,2032           | -0,2338      | 1,5817      | 0,0078       | 0,1588      |
| SB7           | 30,2415     | 0,2309           | 0,6425       | 2,8042      | 0,0076       | 0,0860      |
| SB8           | 28,6880     | 0,1492           | -0,9650      | 11,3677     | 0,0052       | 0,0768      |
| SB9           | 35,3616     | 0,1333           | 0,5594       | 3,2616      | 0,0038       | 0,0712      |
| SB10          | 38,2085     | 0,8075           | 1,7863       | 6,9291      | 0,0211       | 0,1332      |
| SBM           | 32,7959     | 0,1064           | 1,1404       | 4,1982      | 0,0032       | 0,0928      |

Tabla A.9: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_3$  para el centro de color Amarillo (c.c. **C**).

| c.c. <b>D</b> | $X_1^{k,D}$ | $\sigma_1^{k,D}$ | $As_1^{k,D}$ | $K_1^{k,D}$ | $CV_1^{k,D}$ | $p_1^{k,D}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 16,4569     | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 16,2773     | 0,0493           | -0,1788      | 2,6184      | 0,0030       | 0,0499      |
| CF            | 15,6909     | 0,1111           | 1,8392       | 11,7042     | 0,0071       | 0,1739      |
| JAM           | 19,5895     | 0,0784           | 0,6357       | 7,4851      | 0,0040       | 0,1126      |
| MM            | 19,1404     | 0,0614           | -0,8038      | 3,6156      | 0,0032       | 0,1189      |
| SB1           | 17,8044     | 0,1910           | -0,5745      | 2,4024      | 0,0107       | 0,0850      |
| SB2           | 18,4283     | 0,1066           | -0,9538      | 3,6912      | 0,0058       | 0,0909      |
| SB3           | 16,0312     | 0,1549           | -0,4235      | 2,2051      | 0,0097       | 0,0817      |
| SB4           | 17,4376     | 0,1572           | -0,9965      | 4,0770      | 0,0090       | 0,0845      |
| SB5           | 16,1247     | 0,1914           | -0,7319      | 2,9812      | 0,0119       | 0,0744      |
| SB6           | 14,9279     | 0,1233           | -1,1805      | 4,6280      | 0,0083       | 0,1275      |
| SB7           | 15,7107     | 0,1835           | -0,5398      | 2,6015      | 0,0117       | 0,0808      |
| SB8           | 15,3319     | 0,1649           | -0,5657      | 2,4995      | 0,0108       | 0,0748      |
| SB9           | 17,2017     | 0,1814           | -0,3746      | 2,1496      | 0,0105       | 0,0861      |
| SB10          | 17,6758     | 0,1531           | -0,1337      | 1,5731      | 0,0087       | 0,1081      |
| SBM           | 16,6674     | 0,1593           | -0,5800      | 2,5704      | 0,0096       | 0,0774      |

Tabla A.10: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_1$  para el centro de color Verde (c.c. **D**).

| c.c. <b>D</b> | $X_2^{k,D}$ | $\sigma_2^{k,D}$ | $As_2^{k,D}$ | $K_2^{k,D}$ | $CV_2^{k,D}$ | $p_2^{k,D}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 24,0000     | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 24,1048     | 0,0040           | 0,4844       | 2,9243      | 0,0002       | 0,0599      |
| CF            | 24,1611     | 0,0049           | 3,2106       | 19,3959     | 0,0002       | 0,2476      |
| JAM           | 24,1285     | 0,0001           | 0,9805       | 4,0982      | 0,0000       | 0,1355      |
| MM            | 24,1258     | 0,0002           | -2,5691      | 20,4295     | 0,0000       | 0,1334      |
| SB1           | 25,4810     | 0,1195           | -1,7043      | 6,6221      | 0,0047       | 0,1721      |
| SB2           | 25,4067     | 0,0702           | -1,3257      | 4,8607      | 0,0028       | 0,1220      |
| SB3           | 24,5790     | 0,0846           | -1,2185      | 4,7817      | 0,0034       | 0,1029      |
| SB4           | 26,7218     | 0,1083           | -2,0737      | 8,7241      | 0,0041       | 0,1496      |
| SB5           | 26,2803     | 0,2004           | -1,7260      | 6,7889      | 0,0076       | 0,1949      |
| SB6           | 23,5744     | 0,0095           | -0,0553      | 7,6790      | 0,0004       | 0,0476      |
| SB7           | 24,0698     | 0,0361           | -2,5135      | 11,9685     | 0,0015       | 0,2338      |
| SB8           | 24,2872     | 0,0298           | -2,6552      | 15,4426     | 0,0012       | 0,2066      |
| SB9           | 24,9553     | 0,0707           | -1,1534      | 4,5103      | 0,0028       | 0,1080      |
| SB10          | 24,8705     | 0,0490           | -1,5565      | 5,7120      | 0,0020       | 0,1626      |
| SBM           | 25,0226     | 0,0763           | -1,6756      | 6,6906      | 0,0030       | 0,1412      |

Tabla A.11: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_2$  para el centro de color Verde (c.c. **D**).



| c.c. <b>D</b> | $X_3^{k,D}$ | $\sigma_3^{k,D}$ | $As_3^{k,D}$ | $K_3^{k,D}$ | $CV_3^{k,D}$ | $p_3^{k,D}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 23,7985     | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 22,0547     | 0,2353           | -0,2939      | 2,5625      | 0,0107       | 0,0574      |
| CF            | 23,7175     | 0,4368           | 1,5729       | 10,6493     | 0,0184       | 0,1764      |
| JAM           | 37,5448     | 0,3399           | 1,0259       | 9,0681      | 0,0091       | 0,1239      |
| MM            | 35,0343     | 0,2912           | -0,1174      | 5,1123      | 0,0083       | 0,1054      |
| SB1           | 27,4154     | 0,1461           | -0,2580      | 1,5589      | 0,0053       | 0,1413      |
| SB2           | 22,1874     | 0,1833           | -0,2452      | 2,4296      | 0,0083       | 0,0624      |
| SB3           | 22,2775     | 0,1764           | -0,0034      | 2,0304      | 0,0079       | 0,1014      |
| SB4           | 23,1884     | 0,2018           | -0,6518      | 4,5591      | 0,0087       | 0,1030      |
| SB5           | 21,3362     | 0,1441           | -0,1428      | 2,7591      | 0,0068       | 0,0440      |
| SB6           | 16,0853     | 0,0575           | -0,8217      | 6,8082      | 0,0036       | 0,0935      |
| SB7           | 20,3136     | 0,3168           | 0,0174       | 2,2987      | 0,0156       | 0,0538      |
| SB8           | 20,0508     | 0,2343           | -0,1683      | 2,3431      | 0,0117       | 0,0679      |
| SB9           | 24,7702     | 0,2699           | 0,1566       | 2,0365      | 0,0109       | 0,1173      |
| SB10          | 27,9735     | 0,2337           | 0,4967       | 4,8620      | 0,0084       | 0,0686      |
| SBM           | 22,5598     | 0,1761           | 0,1180       | 2,1220      | 0,0078       | 0,0841      |

Tabla A.12: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_3$  para el centro de color Verde (c.c. **D**).

| c.c. <b>E</b> | $X_1^{k,E}$ | $\sigma_1^{k,E}$ | $As_1^{k,E}$ | $K_1^{k,E}$ | $CV_1^{k,E}$ | $p_1^{k,E}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 8,9218      | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 9,0133      | 0,1033           | -1,0128      | 2,9832      | 0,0115       | 0,1396      |
| CF            | 8,7030      | 0,0490           | -1,0897      | 7,4356      | 0,0056       | 0,1214      |
| JAM           | 11,3678     | 0,1762           | 0,8463       | 2,5547      | 0,0155       | 0,1510      |
| MM            | 10,9833     | 0,1541           | 0,8905       | 2,5758      | 0,0140       | 0,1496      |
| SB1           | 10,1465     | 0,1144           | -0,5593      | 4,8110      | 0,0113       | 0,1366      |
| SB2           | 9,6187      | 0,1041           | -0,9935      | 3,7851      | 0,0108       | 0,1094      |
| SB3           | 9,0127      | 0,1526           | -0,4373      | 3,1742      | 0,0169       | 0,0768      |
| SB4           | 9,9865      | 0,1824           | -0,7615      | 2,9523      | 0,0183       | 0,0890      |
| SB5           | 8,9146      | 0,1703           | -0,5997      | 3,2467      | 0,0191       | 0,0850      |
| SB6           | 7,6835      | 0,0633           | -0,0681      | 4,0654      | 0,0082       | 0,0923      |
| SB7           | 8,8744      | 0,2266           | -0,8627      | 3,1532      | 0,0255       | 0,1073      |
| SB8           | 8,5372      | 0,1610           | -0,6896      | 3,2804      | 0,0189       | 0,0991      |
| SB9           | 9,9276      | 0,2066           | -0,7730      | 3,1803      | 0,0208       | 0,1044      |
| SB10          | 10,5523     | 0,1808           | -0,9153      | 3,7660      | 0,0171       | 0,1113      |
| SBM           | 9,3254      | 0,1551           | -0,7139      | 3,3291      | 0,0166       | 0,0939      |

Tabla A.13: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_1$  para el centro de color Azul (c.c. **E**).

| c.c. <b>E</b> | $X_2^{k,E}$ | $\sigma_2^{k,E}$ | $As_2^{k,E}$ | $K_2^{k,E}$ | $CV_2^{k,E}$ | $p_2^{k,E}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 8,8000      | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 8,9388      | 0,0132           | -0,9953      | 2,9356      | 0,0015       | 0,1375      |
| CF            | 8,8840      | 0,0022           | 1,1120       | 5,0001      | 0,0003       | 0,0673      |
| JAM           | 8,8482      | 0,0002           | 1,3884       | 4,4761      | 0,0000       | 0,1267      |
| MM            | 8,8458      | 0,0002           | 1,6479       | 5,1170      | 0,0000       | 0,2447      |
| SB1           | 9,5385      | 0,0297           | -2,4988      | 36,8941     | 0,0031       | 0,1380      |
| SB2           | 9,3746      | 0,0247           | -2,0369      | 14,1204     | 0,0026       | 0,1501      |
| SB3           | 9,1548      | 0,0268           | -1,8315      | 16,5215     | 0,0029       | 0,0963      |
| SB4           | 10,7390     | 0,0307           | -3,6393      | 30,4519     | 0,0029       | 0,1763      |
| SB5           | 10,0593     | 0,0528           | -1,7879      | 31,3691     | 0,0053       | 0,1832      |
| SB6           | 8,7516      | 0,0172           | -0,3161      | 3,5980      | 0,0020       | 0,0439      |
| SB7           | 8,9678      | 0,0134           | -1,3834      | 16,7397     | 0,0015       | 0,1179      |
| SB8           | 9,0299      | 0,0229           | 0,1235       | 3,5172      | 0,0025       | 0,0792      |
| SB9           | 9,2154      | 0,0292           | -2,6001      | 15,0283     | 0,0032       | 0,1643      |
| SB10          | 9,1317      | 0,0196           | -3,4445      | 28,1444     | 0,0022       | 0,2513      |
| SBM           | 9,3963      | 0,0197           | -3,8431      | 44,6403     | 0,0021       | 0,1350      |

Tabla A.14: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_2$  para el centro de color Azul (c.c. **E**).

| c.c. <b>E</b> | $X_3^{k,E}$ | $\sigma_3^{k,E}$ | $As_3^{k,E}$ | $K_3^{k,E}$ | $CV_3^{k,E}$ | $p_3^{k,E}$ |
|---------------|-------------|------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| CIE1931       | 20,4270     | ---              | ---          | ---         | ---          | ---         |
| VOS           | 19,9683     | 0,4419           | -1,0003      | 3,0140      | 0,0221       | 0,1354      |
| CF            | 20,8639     | 0,1840           | -1,2298      | 8,8115      | 0,0088       | 0,1140      |
| JAM           | 30,9232     | 0,6932           | 0,8004       | 2,5279      | 0,0224       | 0,1419      |
| MM            | 28,6816     | 0,5832           | 0,8038       | 2,5081      | 0,0203       | 0,1443      |
| SB1           | 24,1699     | 0,1455           | -1,4657      | 5,2769      | 0,0060       | 0,1745      |
| SB2           | 19,6831     | 0,3666           | -1,0505      | 3,1984      | 0,0186       | 0,1317      |
| SB3           | 20,3503     | 0,3759           | -1,0199      | 3,1227      | 0,0185       | 0,1383      |
| SB4           | 21,3678     | 0,5228           | -0,9006      | 2,7065      | 0,0245       | 0,1349      |
| SB5           | 19,4052     | 0,3623           | -0,9249      | 2,7905      | 0,0187       | 0,1294      |
| SB6           | 13,8208     | 0,0750           | -0,6934      | 2,6808      | 0,0054       | 0,1178      |
| SB7           | 19,4323     | 0,7378           | -0,9891      | 2,9671      | 0,0380       | 0,1320      |
| SB8           | 18,7044     | 0,4693           | -0,9907      | 3,0169      | 0,0251       | 0,1376      |
| SB9           | 23,2298     | 0,6071           | -1,0057      | 3,0167      | 0,0261       | 0,1403      |
| SB10          | 26,4081     | 0,5334           | -1,2318      | 3,8003      | 0,0202       | 0,1475      |
| SBM           | 20,6572     | 0,4174           | -1,0021      | 3,0239      | 0,0202       | 0,1347      |

Tabla A.15: Análisis de los Valores Triestímulo  $X_3$  para el centro de color Azul (c.c. **E**).

## Apéndice B

# Tablas de las diferencias absolutas y porcentuales en valores triestímulo para los distintos observadores respecto a $CIE1931$

Se muestran las tablas de las diferencias absolutas y porcentuales respecto al observador  $CIE1931$  (Tablas B.1 a B.5) calculados según las Ecs. (3.10) a la (3.11). En la Tabla B.6 se muestran los promedios a las funciones de igualación de color según la Ec. (3.12) y la ordenación por similitud en la Tabla B.7. En la Tabla B.8 se muestran los promedios al número de centros de color la según la Ec. (3.13) y la ordenación por similitud en la Tabla B.9.

| c.c. <b>Acromático</b> | $(D_1^A)_k$ | $(DP_1^A)_k$ | $(D_2^A)_k$ | $(DP_2^A)_k$ | $(D_3^A)_k$ | $(DP_3^A)_k$ |
|------------------------|-------------|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| VOS                    | 0,32        | 1,11         | -0,15       | 0,49         | 2,08        | 6,61         |
| CF                     | 2,35        | 8,24         | -0,27       | 0,90         | -0,03       | 0,11         |
| JAM                    | -1,50       | 5,27         | -0,22       | 0,73         | -15,52      | 49,40        |
| MM                     | -1,29       | 4,54         | -0,22       | 0,72         | -12,24      | 38,95        |
| SB1                    | -1,81       | 6,35         | -2,28       | 7,60         | -4,64       | 14,77        |
| SB2                    | -0,04       | 0,15         | -1,09       | 3,62         | 2,43        | 7,75         |
| SB3                    | 1,10        | 3,86         | -0,94       | 3,12         | 1,65        | 5,26         |
| SB4                    | -1,60       | 5,61         | -4,01       | 13,38        | 0,40        | 1,26         |
| SB5                    | 0,52        | 1,84         | -3,07       | 10,25        | 2,79        | 8,88         |
| SB6                    | 1,80        | 6,33         | -0,32       | 1,08         | 9,58        | 30,49        |
| SB7                    | 0,98        | 3,46         | -0,72       | 2,39         | 3,94        | 12,55        |
| SB8                    | 2,92        | 10,27        | -0,56       | 1,85         | 4,68        | 14,91        |
| SB9                    | -0,83       | 2,92         | -1,65       | 5,52         | -1,67       | 5,31         |
| SB10                   | -0,85       | 2,98         | -1,41       | 4,70         | -5,93       | 18,87        |
| SBM                    | 0,22        | 0,77         | -1,61       | 5,35         | 1,32        | 4,21         |

Tabla B.1: Diferencias absolutas y porcentuales en valores triestímulo para cada observador respecto al observador *CIE1931* para el centro de color Acromático (c.c. **A**).

| c.c. <b>Rojo</b> | $(D_1^B)_k$ | $(DP_1^B)_k$ | $(D_2^B)_k$ | $(DP_2^B)_k$ | $(D_3^B)_k$ | $(DP_3^B)_k$ |
|------------------|-------------|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| VOS              | 0,08        | 0,40         | -0,05       | 0,38         | 0,05        | 0,48         |
| CF               | 3,10        | 15,54        | -0,18       | 1,25         | 0,46        | 4,74         |
| JAM              | 3,29        | 16,51        | -0,16       | 1,16         | -0,52       | 5,35         |
| MM               | 2,81        | 14,11        | -0,16       | 1,16         | 0,09        | 0,90         |
| SB1              | -0,04       | 0,18         | -1,51       | 10,68        | -1,83       | 10,53        |
| SB2              | 2,92        | 14,65        | 0,35        | 2,50         | 0,81        | 8,31         |
| SB3              | 1,81        | 9,07         | -0,54       | 3,85         | 0,21        | 2,10         |
| SB4              | -0,73       | 3,65         | -2,27       | 16,11        | -0,50       | 5,12         |
| SB5              | 0,82        | 4,13         | -1,52       | 10,75        | 0,34        | 3,51         |
| SB6              | 0,62        | 3,09         | -1,24       | 8,78         | 2,19        | 22,38        |
| SB7              | 0,71        | 3,57         | -1,10       | 7,80         | 0,21        | 2,15         |
| SB8              | 3,36        | 16,85        | -0,56       | 3,99         | 1,14        | 11,67        |
| SB9              | 0,37        | 1,84         | -1,33       | 9,46         | -0,89       | 9,12         |
| SB10             | 1,42        | 7,11         | -1,12       | 7,91         | -1,76       | 17,96        |
| SBM              | 1,13        | 5,65         | -1,08       | 7,68         | 0,07        | 0,74         |

Tabla B.2: Diferencias absolutas y porcentuales en valores triestímulo para cada observador respecto al observador CIE1931 para el centro de color Rojo (c.c. **B**).

| c.c. <b>Amarillo</b> | $(D_1^C)_k$ | $(DP_1^C)_k$ | $(D_2^C)_k$ | $(DP_2^C)_k$ | $(D_3^C)_k$ | $(DP_3^C)_k$ |
|----------------------|-------------|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| VOS                  | 0,52        | 0,83         | -0,11       | 0,16         | 1,42        | 6,81         |
| CF                   | 8,14        | 12,95        | -0,58       | 0,84         | 1,34        | 3,77         |
| JAM                  | 4,80        | 7,64         | -0,55       | 0,79         | -11,65      | 32,73        |
| MM                   | 4,10        | 6,53         | -0,55       | 0,79         | -9,08       | 25,51        |
| SB1                  | -0,11       | 0,17         | -5,14       | 7,41         | -3,41       | 9,59         |
| SB2                  | 3,02        | 4,81         | -1,35       | 1,95         | 3,41        | 9,57         |
| SB3                  | 5,62        | 8,95         | -1,66       | 2,39         | 3,16        | 8,88         |
| SB4                  | -1,51       | 2,41         | -7,44       | 10,73        | 1,48        | 4,16         |
| SB5                  | 3,09        | 4,92         | -5,90       | 8,51         | 3,93        | 11,05        |
| SB6                  | 2,91        | 4,63         | -1,87       | 2,69         | 9,57        | 26,89        |
| SB7                  | 3,35        | 5,33         | -2,26       | 3,26         | 5,36        | 15,05        |
| SB8                  | 9,35        | 14,89        | -1,52       | 2,19         | 6,91        | 19,42        |
| SB9                  | 1,35        | 2,15         | -4,26       | 6,15         | 0,24        | 0,67         |
| SB10                 | 3,82        | 6,09         | -3,83       | 5,53         | -2,61       | 7,33         |
| SBM                  | 3,09        | 4,92         | -3,52       | 5,08         | 2,80        | 7,88         |

Tabla B.3: Diferencias absolutas y porcentuales en valores triestímulo para cada observador respecto al observador CIE1931 para el centro de color Amarillo (c.c. **C**).

| c.c. Verde | $(D_1^D)_k$ | $(DP_1^D)_k$ | $(D_2^D)_k$ | $(DP_2^D)_k$ | $(D_3^D)_k$ | $(DP_3^D)_k$ |
|------------|-------------|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| VOS        | 0,18        | 1,09         | -0,10       | 0,44         | 1,74        | 7,33         |
| CF         | 0,77        | 4,65         | -0,16       | 0,67         | 0,08        | 0,34         |
| JAM        | -3,13       | 19,04        | -0,13       | 0,54         | -13,75      | 57,76        |
| MM         | -2,68       | 16,31        | -0,13       | 0,52         | -11,24      | 47,21        |
| SB1        | -1,35       | 8,19         | -1,48       | 6,17         | -3,62       | 15,20        |
| SB2        | -1,97       | 11,98        | -1,41       | 5,86         | 1,61        | 6,77         |
| SB3        | 0,43        | 2,59         | -0,58       | 2,41         | 1,52        | 6,39         |
| SB4        | -0,98       | 5,96         | -2,72       | 11,34        | 0,61        | 2,56         |
| SB5        | 0,33        | 2,02         | -2,28       | 9,50         | 2,46        | 10,35        |
| SB6        | 1,53        | 9,29         | 0,43        | 1,77         | 7,71        | 32,41        |
| SB7        | 0,75        | 4,53         | -0,07       | 0,29         | 3,48        | 14,64        |
| SB8        | 1,13        | 6,84         | -0,29       | 1,20         | 3,75        | 15,75        |
| SB9        | -0,74       | 4,53         | -0,96       | 3,98         | -0,97       | 4,08         |
| SB10       | -1,22       | 7,41         | -0,87       | 3,63         | -4,18       | 17,54        |
| SBM        | -0,21       | 1,28         | -1,02       | 4,26         | 1,24        | 5,20         |

Tabla B.4: Diferencias absolutas y porcentuales en valores triestímulo para cada observador respecto al observador *CIE1931* para el centro de color Verde (c.c. **D**).

| c.c. Azul | $(D_1^E)_k$ | $(DP_1^E)_k$ | $(D_2^E)_k$ | $(DP_2^E)_k$ | $(D_3^E)_k$ | $(DP_3^E)_k$ |
|-----------|-------------|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| VOS       | -0,09       | 1,03         | -0,14       | 1,58         | 0,46        | 2,25         |
| CF        | 0,22        | 2,45         | -0,08       | 0,95         | -0,44       | 2,14         |
| JAM       | -2,45       | 27,42        | -0,05       | 0,55         | -10,50      | 51,38        |
| MM        | -2,06       | 23,11        | -0,05       | 0,52         | -8,25       | 40,41        |
| SB1       | -1,22       | 13,73        | -0,74       | 8,39         | -3,74       | 18,32        |
| SB2       | -0,70       | 7,81         | -0,57       | 6,53         | 0,74        | 3,64         |
| SB3       | -0,09       | 1,02         | -0,35       | 4,03         | 0,08        | 0,38         |
| SB4       | -1,06       | 11,93        | -1,94       | 22,03        | -0,94       | 4,61         |
| SB5       | 0,01        | 0,08         | -1,26       | 14,31        | 1,02        | 5,00         |
| SB6       | 1,24        | 13,88        | 0,05        | 0,55         | 6,61        | 32,34        |
| SB7       | 0,05        | 0,53         | -0,17       | 1,91         | 0,99        | 4,87         |
| SB8       | 0,38        | 4,31         | -0,23       | 2,61         | 1,72        | 8,43         |
| SB9       | -1,01       | 11,27        | -0,42       | 4,72         | -2,80       | 13,72        |
| SB10      | -1,63       | 18,28        | -0,33       | 3,77         | -5,98       | 29,28        |
| SBM       | -0,40       | 4,52         | -0,60       | 6,78         | -0,23       | 1,13         |

Tabla B.5: Diferencias absolutas y porcentuales en valores triestímulo para cada observador respecto al observador *CIE1931* para el centro de color Azul (c.c. **E**).

|      | $(DP^A)_k$ | $(DP^B)_k$ | $(DP^C)_k$ | $(DP^D)_k$ | $(DP^E)_k$ | $(DP)_k$ |
|------|------------|------------|------------|------------|------------|----------|
| VOS  | 2,74       | 0,42       | 2,60       | 2,95       | 1,62       | 2,07     |
| CF   | 3,09       | 7,18       | 5,85       | 1,89       | 1,85       | 3,97     |
| JAM  | 18,47      | 7,67       | 13,72      | 25,78      | 26,45      | 18,42    |
| MM   | 14,74      | 5,39       | 10,94      | 21,35      | 21,35      | 14,75    |
| SB1  | 9,57       | 7,13       | 5,72       | 9,85       | 13,48      | 9,15     |
| SB2  | 3,84       | 8,49       | 5,44       | 8,20       | 5,99       | 6,39     |
| SB3  | 4,08       | 5,01       | 6,74       | 3,80       | 1,81       | 4,29     |
| SB4  | 6,75       | 8,29       | 5,77       | 6,62       | 12,86      | 8,06     |
| SB5  | 6,99       | 6,13       | 8,16       | 7,29       | 6,46       | 7,01     |
| SB6  | 12,63      | 11,42      | 11,40      | 14,49      | 15,59      | 13,11    |
| SB7  | 6,13       | 4,51       | 7,88       | 6,49       | 2,44       | 5,49     |
| SB8  | 9,01       | 10,84      | 12,17      | 7,93       | 5,12       | 9,01     |
| SB9  | 4,58       | 6,81       | 2,99       | 4,20       | 9,91       | 5,70     |
| SB10 | 8,85       | 10,99      | 6,31       | 9,53       | 17,11      | 10,56    |
| SBM  | 3,45       | 4,69       | 5,96       | 3,58       | 4,14       | 4,36     |

Tabla B.6: Diferencias porcentuales en valores triestímulo para cada observador respecto al observador CIE1931 por centro de color y diferencia promedio a todos los centros.

| ORDEN | $(DP^A)_k$ | $(DP^B)_k$ | $(DP^C)_k$ | $(DP^D)_k$ | $(DP^E)_k$ | $(DP)_k$ |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|----------|
| 1     | VOS        | VOS        | VOS        | CF         | VOS        | VOS      |
| 2     | CF         | SB7        | SB9        | VOS        | SB3        | CF       |
| 3     | SBM        | SBM        | SB2        | SBM        | CF         | SB3      |
| 4     | SB2        | SB3        | SB1        | SB3        | SB7        | SBM      |
| 5     | SB3        | MM         | SB4        | SB9        | SBM        | SB7      |
| 6     | SB9        | SB5        | CF         | SB7        | SB8        | SB9      |
| 7     | SB7        | SB9        | SBM        | SB4        | SB2        | SB2      |
| 8     | SB4        | SB1        | SB10       | SB5        | SB5        | SB5      |
| 9     | SB5        | CF         | SB3        | SB8        | SB9        | SB4      |
| 10    | SB10       | JAM        | SB7        | SB2        | SB4        | SB8      |
| 11    | SB8        | SB4        | SB5        | SB10       | SB1        | SB1      |
| 12    | SB1        | SB2        | MM         | SB1        | SB6        | SB10     |
| 13    | SB6        | SB8        | SB6        | SB6        | SB10       | SB6      |
| 14    | MM         | SB10       | SB8        | MM         | MM         | MM       |
| 15    | JAM        | SB6        | JAM        | JAM        | JAM        | JAM      |

Tabla B.7: Ordenación de los observadores de menor a mayor según las diferencias porcentuales en valores triestímulo para cada observador respecto al observador CIE1931 por centro de color y diferencias promedio a todos los centros. En la última columna se muestra el orden final de los observadores según el promedio de las diferencias promedio parciales.

|      | $(DP_1)_K$ | $(DP_2)_K$ | $(DP_3)_K$ | $(DP)_K$ |
|------|------------|------------|------------|----------|
| VOS  | 0,89       | 0,61       | 4,70       | 2,07     |
| CF   | 8,77       | 0,92       | 2,22       | 3,97     |
| JAM  | 15,17      | 0,75       | 39,32      | 18,41    |
| MM   | 12,92      | 0,74       | 30,60      | 14,75    |
| SB1  | 5,72       | 8,05       | 13,68      | 9,15     |
| SB2  | 7,88       | 4,09       | 7,21       | 6,39     |
| SB3  | 5,10       | 3,16       | 4,60       | 4,29     |
| SB4  | 5,91       | 14,72      | 3,54       | 8,06     |
| SB5  | 2,60       | 10,66      | 7,76       | 7,01     |
| SB6  | 7,44       | 2,98       | 28,90      | 13,11    |
| SB7  | 3,49       | 3,13       | 9,85       | 5,49     |
| SB8  | 10,63      | 2,37       | 14,04      | 9,01     |
| SB9  | 4,54       | 5,97       | 6,58       | 5,70     |
| SB10 | 8,37       | 5,11       | 18,20      | 10,56    |
| SBM  | 3,43       | 5,83       | 3,83       | 4,36     |

Tabla B.8: Promedios de las diferencias porcentuales en valores triestímulo para cada observador respecto al observador *CIE1931*.

| ORDEN | $(DP_1)_K$  | $(DP_2)_K$  | $(DP_3)_K$  | $(DP)_K$    |
|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1     | <i>VOS</i>  | <i>VOS</i>  | <i>CF</i>   | <i>VOS</i>  |
| 2     | <i>SB5</i>  | <i>MM</i>   | <i>SB4</i>  | <i>CF</i>   |
| 3     | <i>SBM</i>  | <i>JAM</i>  | <i>SBM</i>  | <i>SB3</i>  |
| 4     | <i>SB7</i>  | <i>CF</i>   | <i>SB3</i>  | <i>SBM</i>  |
| 5     | <i>SB9</i>  | <i>SB8</i>  | <i>VOS</i>  | <i>SB7</i>  |
| 6     | <i>SB3</i>  | <i>SB6</i>  | <i>SB9</i>  | <i>SB9</i>  |
| 7     | <i>SB1</i>  | <i>SB7</i>  | <i>SB2</i>  | <i>SB2</i>  |
| 8     | <i>SB4</i>  | <i>SB3</i>  | <i>SB5</i>  | <i>SB5</i>  |
| 9     | <i>SB6</i>  | <i>SB2</i>  | <i>SB7</i>  | <i>SB4</i>  |
| 10    | <i>SB2</i>  | <i>SB10</i> | <i>SB1</i>  | <i>SB8</i>  |
| 11    | <i>SB10</i> | <i>SBM</i>  | <i>SB8</i>  | <i>SB1</i>  |
| 12    | <i>CF</i>   | <i>SB9</i>  | <i>SB10</i> | <i>SB10</i> |
| 13    | <i>SB8</i>  | <i>SB1</i>  | <i>SB6</i>  | <i>SB6</i>  |
| 14    | <i>MM</i>   | <i>SB5</i>  | <i>MM</i>   | <i>MM</i>   |
| 15    | <i>JAM</i>  | <i>SB4</i>  | <i>JAM</i>  | <i>JAM</i>  |

Tabla B.9: Orden de menor a mayor según los promedios de las diferencias porcentuales en valores triestímulo para cada observador respecto al observador *CIE1931*.



## Apéndice C

# Tablas de las diferencias absolutas entre todos lo observadores

Se muestran las tablas de las diferencias absolutas entre todos lo observadores (Tablas C.1 a C.3) calculados según la Ec. (3.15). En la Tabla C.4 se muestran los promedios a las funciones de igualación de color según la Ec. (3.16) y la ordenación por similitud entre las diferentes parejas de observadores en la Tabla C.5. En la Tabla C.6 se muestran los promedios al número de centros de color la según la Ec. (3.17) y la ordenación por similitud en la Tabla C.7.

| Desv. Abs. | $(D_1^l)_{k',k}$ |             |              |              |             |
|------------|------------------|-------------|--------------|--------------|-------------|
|            | <i>Acr.</i>      | <i>Rojo</i> | <i>Amar.</i> | <i>Verde</i> | <i>Azul</i> |
| MM-CIE31   | 1,29             | 2,81        | 4,1          | 2,68         | 2,06        |
| MM-VOS     | 1,61             | 2,73        | 3,58         | 2,86         | 1,97        |
| MM-CF      | 3,64             | 0,29        | 4,03         | 3,45         | 2,28        |
| MM-JAM     | 0,21             | 0,48        | 0,7          | 0,45         | 0,38        |
| MM-SBM     | 1,51             | 1,69        | 1,01         | 2,47         | 1,66        |
| JAM-CIE31  | 1,5              | 3,29        | 4,8          | 3,13         | 2,45        |
| JAM-VOS    | 1,82             | 3,21        | 4,28         | 3,31         | 2,35        |
| JAM-CF     | 3,85             | 0,19        | 3,34         | 3,9          | 2,66        |
| JAM-SBM    | 1,72             | 2,17        | 1,71         | 2,92         | 2,04        |
| CF-CIE31   | 2,35             | 3,1         | 8,14         | 0,77         | 0,22        |
| CF-VOS     | 2,03             | 3,02        | 7,61         | 0,59         | 0,31        |
| CF-SBM     | 2,13             | 1,97        | 5,05         | 0,98         | 0,62        |
| VOS-CIE31  | 0,32             | 0,08        | 0,52         | 0,18         | 0,09        |
| VOS-SBM    | 0,1              | 1,05        | 2,57         | 0,39         | 0,31        |
| SBM-CIE31  | 0,22             | 1,13        | 3,09         | 0,21         | 0,4         |

Tabla C.1: Desviaciones absolutas entre los valores triestímulo  $X_1$  de los diferentes pares de observadores  $k' - k$ .

| Desv. Abs. | $(D_2^t)_{k',k}$ |             |              |              |             |
|------------|------------------|-------------|--------------|--------------|-------------|
|            | <i>Acr.</i>      | <i>Rojo</i> | <i>Amar.</i> | <i>Verde</i> | <i>Azul</i> |
| MM-CIE31   | 0,22             | 0,16        | 0,55         | 0,13         | 0,05        |
| MM-VOS     | 0,07             | 0,11        | 0,44         | 0,02         | 0,09        |
| MM-CF      | 0,05             | 0,01        | 0,04         | 0,04         | 0,04        |
| MM-JAM     | 0                | 0           | 0            | 0            | 0           |
| MM-SBM     | 1,39             | 0,92        | 2,97         | 0,9          | 0,55        |
| JAM-CIE31  | 0,22             | 0,16        | 0,55         | 0,13         | 0,05        |
| JAM-VOS    | 0,07             | 0,11        | 0,44         | 0,02         | 0,09        |
| JAM-CF     | 0,05             | 0,01        | 0,04         | 0,03         | 0,04        |
| JAM-SBM    | 1,39             | 0,92        | 2,97         | 0,89         | 0,55        |
| CF-CIE31   | 0,27             | 0,18        | 0,58         | 0,16         | 0,08        |
| CF-VOS     | 0,12             | 0,12        | 0,48         | 0,06         | 0,05        |
| CF-SBM     | 1,33             | 0,91        | 2,94         | 0,86         | 0,51        |
| VOS-CIE31  | 0,15             | 0,05        | 0,11         | 0,1          | 0,14        |
| VOS-SBM    | 1,46             | 1,03        | 3,41         | 0,92         | 0,46        |
| SBM-CIE31  | 1,61             | 1,08        | 3,52         | 1,02         | 0,6         |

Tabla C.2: Desviaciones absolutas entre los valores triestímulo  $X_2$  de los diferentes pares de observadores  $k' - k$ .

| Desv. Abs. | $(D_3^t)_{k',k}$ |             |              |              |             |
|------------|------------------|-------------|--------------|--------------|-------------|
|            | <i>Acr.</i>      | <i>Rojo</i> | <i>Amar.</i> | <i>Verde</i> | <i>Azul</i> |
| MM-CIE31   | 12,24            | 0,09        | 9,08         | 11,24        | 8,25        |
| MM-VOS     | 14,32            | 0,04        | 11,51        | 12,98        | 8,71        |
| MM-CF      | 12,21            | 0,38        | 10,42        | 11,32        | 7,82        |
| MM-JAM     | 3,28             | 0,61        | 2,57         | 2,51         | 2,24        |
| MM-SBM     | 13,56            | 0,02        | 11,89        | 12,47        | 8,02        |
| JAM-CIE31  | 15,52            | 0,52        | 11,65        | 13,75        | 10,5        |
| JAM-VOS    | 17,6             | 0,57        | 14,08        | 15,49        | 10,95       |
| JAM-CF     | 15,49            | 0,99        | 12,99        | 13,83        | 10,06       |
| JAM-SBM    | 16,85            | 0,6         | 14,46        | 14,99        | 10,27       |
| CF-CIE31   | 0,03             | 0,46        | 1,34         | 0,08         | 0,44        |
| CF-VOS     | 2,11             | 0,42        | 1,08         | 1,66         | 0,9         |
| CF-SBM     | 1,36             | 0,39        | 1,46         | 1,16         | 0,21        |
| VOS-CIE31  | 2,08             | 0,05        | 2,42         | 1,74         | 0,46        |
| VOS-SBM    | 0,75             | 0,03        | 0,38         | 0,51         | 0,69        |
| SBM-CIE31  | 1,32             | 0,07        | 2,8          | 1,24         | 0,23        |

Tabla C.3: Desviaciones absolutas entre los valores triestímulo  $X_3$  de los diferentes pares de observadores  $k' - k$ .

| Desviaciones Absolutas |                |                |                |                |                |
|------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                        | $(D^A)_{k',k}$ | $(D^B)_{k',k}$ | $(D^C)_{k',k}$ | $(D^D)_{k',k}$ | $(D^E)_{k',k}$ |
| MM-CIE31               | 4,58           | 1,02           | 4,58           | 4,68           | 3,45           |
| MM-VOS                 | 5,33           | 0,96           | 5,18           | 5,29           | 3,59           |
| MM-CF                  | 5,30           | 0,23           | 4,83           | 4,94           | 3,38           |
| MM-JAM                 | 1,16           | 0,36           | 1,09           | 0,99           | 0,87           |
| MM-SBM                 | 5,49           | 0,88           | 5,29           | 5,28           | 3,41           |
| JAM-CIE31              | 5,75           | 1,32           | 5,67           | 5,67           | 4,33           |
| JAM-VOS                | 6,50           | 1,30           | 6,27           | 6,27           | 4,46           |
| JAM-CF                 | 6,46           | 0,40           | 5,46           | 5,92           | 4,25           |
| JAM-SBM                | 6,65           | 1,23           | 6,38           | 6,27           | 4,29           |
| CF-CIE31               | 0,88           | 1,25           | 3,35           | 0,34           | 0,25           |
| CF-VOS                 | 1,42           | 1,19           | 3,06           | 0,77           | 0,42           |
| CF-SBM                 | 1,61           | 1,09           | 3,15           | 1,00           | 0,45           |
| VOS-CIE31              | 0,85           | 0,06           | 1,02           | 0,67           | 0,23           |
| VOS-SBM                | 0,77           | 0,70           | 2,12           | 0,61           | 0,49           |
| SBM-CIE31              | 1,05           | 0,76           | 3,14           | 0,82           | 0,41           |

Tabla C.4: Diferencias porcentuales por centro de color calculadas según la Ec. 3.16.

| ORDEN DE SIMILITUD |                    |                    |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|                    | $(D^A)_{k',k}$     | $(D^B)_{k',k}$     | $(D^C)_{k',k}$     | $(D^D)_{k',k}$     | $(D^E)_{k',k}$     |
| 1                  | <i>VOS – SBM</i>   | <i>VOS – CIE31</i> | <i>VOS – CIE31</i> | <i>CF – CIE31</i>  | <i>VOS – CIE31</i> |
| 2                  | <i>VOS – CIE31</i> | <i>MM – CF</i>     | <i>MM – JAM</i>    | <i>VOS – SBM</i>   | <i>CF – CIE31</i>  |
| 3                  | <i>CF – CIE31</i>  | <i>MM – JAM</i>    | <i>VOS – SBM</i>   | <i>VOS – CIE31</i> | <i>SBM – CIE31</i> |
| 4                  | <i>SBM – CIE31</i> | <i>JAM – CF</i>    | <i>CF – VOS</i>    | <i>CF – VOS</i>    | <i>CF – VOS</i>    |
| 5                  | <i>MM – JAM</i>    | <i>VOS – SBM</i>   | <i>SBM – CIE31</i> | <i>SBM – CIE31</i> | <i>CF – SBM</i>    |
| 6                  | <i>CF – VOS</i>    | <i>SBM – CIE31</i> | <i>CF – SBM</i>    | <i>MM – JAM</i>    | <i>VOS – SBM</i>   |
| 7                  | <i>CF – SBM</i>    | <i>MM – SBM</i>    | <i>CF – CIE31</i>  | <i>CF – SBM</i>    | <i>MM – JAM</i>    |
| 8                  | <i>MM – CIE31</i>  | <i>MM – VOS</i>    | <i>MM – CIE31</i>  | <i>MM – CIE31</i>  | <i>MM – CF</i>     |
| 9                  | <i>MM – CF</i>     | <i>MM – CIE31</i>  | <i>MM – CF</i>     | <i>MM – CF</i>     | <i>MM – SBM</i>    |
| 10                 | <i>MM – VOS</i>    | <i>CF – SBM</i>    | <i>MM – VOS</i>    | <i>MM – SBM</i>    | <i>MM – CIE31</i>  |
| 11                 | <i>MM – SBM</i>    | <i>CF – VOS</i>    | <i>MM – SBM</i>    | <i>MM – VOS</i>    | <i>MM – VOS</i>    |
| 12                 | <i>JAM – CIE31</i> | <i>JAM – SBM</i>   | <i>JAM – CF</i>    | <i>JAM – CIE31</i> | <i>JAM – CF</i>    |
| 13                 | <i>JAM – CF</i>    | <i>CF – CIE31</i>  | <i>JAM – CIE31</i> | <i>JAM – CF</i>    | <i>JAM – SBM</i>   |
| 14                 | <i>JAM – VOS</i>   | <i>JAM – VOS</i>   | <i>JAM – VOS</i>   | <i>JAM – VOS</i>   | <i>JAM – CIE31</i> |
| 15                 | <i>JAM – SBM</i>   | <i>JAM – CIE31</i> | <i>JAM – SBM</i>   | <i>JAM – SBM</i>   | <i>JAM – VOS</i>   |

Tabla C.5: Ordenación de los observadores por similitud según las diferencias porcentuales por centro de color.

| Desv. Abs. | $(D_1)_{k',k}$ | $(D_2)_{k',k}$ | $(D_3)_{k',k}$ | $(D)_{k',k}$ |
|------------|----------------|----------------|----------------|--------------|
| MM-CIE31   | 2,59           | 0,22           | 8,18           | 3,66         |
| MM-VOS     | 2,55           | 0,15           | 9,51           | 4,07         |
| MM-CF      | 2,74           | 0,04           | 8,43           | 3,74         |
| MM-JAM     | 0,44           | 0,00           | 2,24           | 0,89         |
| MM-SBM     | 1,67           | 1,35           | 9,19           | 4,07         |
| JAM-CIE31  | 3,03           | 0,22           | 10,39          | 4,55         |
| JAM-VOS    | 2,99           | 0,15           | 11,74          | 4,96         |
| JAM-CF     | 2,79           | 0,03           | 10,67          | 4,50         |
| JAM-SBM    | 2,11           | 1,34           | 11,43          | 4,96         |
| CF-CIE31   | 2,91           | 0,26           | 0,47           | 1,21         |
| CF-VOS     | 2,71           | 0,17           | 1,23           | 1,37         |
| CF-SBM     | 2,15           | 1,31           | 0,92           | 1,46         |
| VOS-CIE31  | 0,24           | 0,11           | 1,35           | 0,57         |
| VOS-SBM    | 0,88           | 1,46           | 0,47           | 0,94         |
| SBM-CIE31  | 1,01           | 1,57           | 1,13           | 1,24         |

Tabla C.6: Las columnas 2 a la 4 muestran las promedios a todos los centros de color de las desviaciones absolutas entre los valores triestímulo de los diferentes pares de observadores  $k' - k$  calculadas según la Ec. 3.17. La columna 5 muestra el promedio de las columnas 2, 3 y 4.

| ORDEN DE SIMILITUD |                    |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Desv. Abs.         | $(D_1)_{k',k}$     | $(D_2)_{k',k}$     | $(D_3)_{k',k}$     | $(D)_{k',k}$       |
| 1                  | <i>VOS - CIE31</i> | <i>MM - JAM</i>    | <i>CF - CIE31</i>  | <i>VOS - CIE31</i> |
| 2                  | <i>MM - JAM</i>    | <i>JAM - CF</i>    | <i>VOS - SBM</i>   | <i>MM - JAM</i>    |
| 3                  | <i>VOS - SBM</i>   | <i>MM - CF</i>     | <i>CF - SBM</i>    | <i>VOS - SBM</i>   |
| 4                  | <i>SBM - CIE31</i> | <i>VOS - CIE31</i> | <i>SBM - CIE31</i> | <i>CF - CIE31</i>  |
| 5                  | <i>MM - SBM</i>    | <i>MM - VOS</i>    | <i>CF - VOS</i>    | <i>SBM - CIE31</i> |
| 6                  | <i>JAM - SBM</i>   | <i>JAM - VOS</i>   | <i>VOS - CIE31</i> | <i>CF - VOS</i>    |
| 7                  | <i>CF - SBM</i>    | <i>CF - VOS</i>    | <i>MM - JAM</i>    | <i>CF - SBM</i>    |
| 8                  | <i>MM - VOS</i>    | <i>MM - CIE31</i>  | <i>MM - CIE31</i>  | <i>MM - CIE31</i>  |
| 9                  | <i>MM - CIE31</i>  | <i>JAM - CIE31</i> | <i>MM - CF</i>     | <i>MM - CF</i>     |
| 10                 | <i>CF - VOS</i>    | <i>CF - CIE31</i>  | <i>MM - SBM</i>    | <i>MM - VOS</i>    |
| 11                 | <i>MM - CF</i>     | <i>CF - SBM</i>    | <i>MM - VOS</i>    | <i>MM - SBM</i>    |
| 12                 | <i>JAM - CF</i>    | <i>JAM - SBM</i>   | <i>JAM - CIE31</i> | <i>JAM - CF</i>    |
| 13                 | <i>CF - CIE31</i>  | <i>MM - SBM</i>    | <i>JAM - CF</i>    | <i>JAM - CIE31</i> |
| 14                 | <i>JAM - VOS</i>   | <i>VOS - SBM</i>   | <i>JAM - SBM</i>   | <i>JAM - VOS</i>   |
| 15                 | <i>JAM - CIE31</i> | <i>SBM - CIE31</i> | <i>JAM - VOS</i>   | <i>JAM - SBM</i>   |

Tabla C.7: Orden de similitud entre las parejas de observadores  $k' - k$ , basado en los promedios de las desviaciones absolutas mostrados en la Tabla C.6.

# Bibliografía

- [ALF97] R. L. Alfvin and M. D. Fairchild, “Observer variability in metameric color matches using color reproduction media”, *Color Res. Appl.* **22**, 174-188 (1997).
- [ALL70] E. Allen, “An index of metamerism for observer differences”, in *Proc. 1st AIC Congr. Color* 69, Musterschmidt, Göttingen, 771-781 (1970).
- [BAC66] G. Bachman and L. Narici, *Functional Analysis*, (Academic Press, New York, 1966).
- [BED58] R. E. Bedford and G. W. Wyszecky, “Wavelength discrimination for point sources”, *J. Opt. Soc. Am.* **48**, 129-135 (1958).
- [BRO49] W. R. J. Brown and D. L. MacAdam, “Visual sensitivities to combined chromaticity and luminance differences”, *J. Opt. Soc. Am.* **39**, 808-834 (1949).
- [BRO51] W. R. J. Brown, “The influence of luminance level on visual sensitivity to color differences”, *J. Opt. Soc. Am.* **41** 684-688 (1951).
- [BRO52] W. R. J. Brown, “Statistics of color-matching data”, *J. Opt. Soc. Am.* **42**, 252-256 (1952).
- [BRO56] W. R. J. Brown, W. G. Howe, J. E. Jackson and R. H. Morris, “Statistics of color-matching data”, *J. Opt. Soc. Am.* **46**, 46-49 (1956).
- [BRO57] W. R. J. Brown, “Color discrimination of twelve observers”, *J. Opt. Soc. Am.* **47**, 137-143 (1957).
- [CAR99] F. Carreño and J. M. Zoido, “Statistics of color-matching experimental data”, *Appl. Opt.* **38** 208-218 (1999).
- [CAR01] F. Carreño and J. M. Zoido, “The influence of luminance on color-difference thresholds”, *Col. Res. Appl.* **26**, 362-368 (2001) and references therein.
- [CAR02] F. Carreño and J. M. Zoido, “The Weber fraction and asymmetries in the luminance thresholds”, *Color Res. Appl.* **27**, 330-334 (2002).
- [CAR04] F. Carreño and J. M. Zoido, “Intra-observer and inter-observer variability of color-matching experimental data”, *Optica Pura y Aplicada*, **37**, 67-75 (2004).
- [CHE86] M. Cheung and B. Rigg, “Colour-difference ellipsoids for five CIE colour centres”, *Color. Res. Appl.* **11**, 185-195 (1986).
- [CIE86] Commission Internationale de l’Eclairage, “Colorimetry”, Publication CIE No. 15.2 (3.1.2), Central Bureau of the CIE, Vienna, 1986.

- [CIE89] Commission Internatinal de l'Eclairage, "Special Metamerism Index: Change in Observer", Publication CIE No.80, Cetrar Bureau of the CIE,Vienna, 1989.
- [ENG93] K. Engelhardt and P. Seitz, "Optimum color filters for CCD digital cameras", Appl. Opt. **32**, 3015 (1993).
- [EZQ97] J. M. Ezquerro, J.M. Zoido, F. Carreño and E. Bernabeu, "Técnicas de suavizado aplicadas a la generación de distribuciones de potencia espectral radiante metaméricas", Optica Pura y Aplicada. **30**, 67-74 (1997).
- [EZQ01] J. M. Ezquerro, J.M. Zoido, F. Carreño and E. Bernabeu, "The use of metamers to compare the color vision of observers", Color Res. Appl. **26**, 262-269 (2001).
- [EZQ03] J. M. Ezquerro, F. Carreño and J.M. Zoido, "Interobserver variability and color representation systems", Color Res. Appl. **28**, 15-24 (2003).
- [GUI31] J. Guild, "The colorimetric properties of the spectrum", Philos. Trans. R. Soc. (London) Ser. A **230**, 149 (1931).
- [HEC38] S. Hecht, J. C. Peskin and M. Patt, "Intensity discrimination in the human eye. II. The relation between  $\Delta I/I$  and intensity for different parts of the spectrum", J. Gen. Physiol. **22**, 7-9 (1938).
- [HEN99] J. H. Wold and A. Valberg, "General method for deriving an XYZ tristimulus space exemplified by use of the Stiles-Burch 19552° color matching data", J. Opt. Soc. Am. A **16**, 2845-2858 (1999).
- [HIT77] E. Hita, M. Alvarez-Claro and M. Guerrero, "Differential thresholds representation of color", Atti della Fondazione Giorgio Ronchi. **32**, 882-893 (1977).
- [HIT79] E. Hita, E. Jiménez and M. Alvarez-Claro, "Color discrimination from isomeric matching and different types of primaries fusion", Atti. Fond. Georgio Ronchi, **34**, 718-727 (1979).
- [HIT86] E. Hita, L. Jimenez del Barco and J. Romero, "Differential color thresholds from metameric matches: experimental results concerning failures of colorimetric additivity", J. Opt. Soc. Am. A. **3**, 1203-1209 (1986).
- [IKR75] J. Ikránov, *Problems in linear algebra*, (Moscow, Mir, 1975).
- [ISH52] I. G. H. Ishak, "The spectral chromaticity coordinates for one British and eight egyptian trichromats", J. Opt. Soc. **42**, 534-539 (1952).
- [JIM94] L. Jiménez del Barco, E. Hita, J. R. Jiménez and J. Romero, "Differential color thresholds and new results on failures of chromaticity and luminance prediction", J. Optics. **25**, 81-92 (1994).
- [JUD49] D. B. Judd, "The color perception of deuteranopic and protanopic observers", J. Opt. Soc. Am. **39**, 252-256 (1949).
- [KAT79] K. Katori and M. Fuwa, "Spectral efficiency function derived from color matching functions of 10 degree field", Acta chromatica **3**, 129-140 (1979).
- [KOL] J. Fox, *Linear statistical models and related methods*, (J. Wiley & Sons, New York, 1981).
- [LAU23] H. Laurens and W. F. Hamilton, "The sensibility of the eye to differences in wave-length", Am. J. Physiol. **65**, 547-568 (1923).

- [MAC42] D. L. MacAdam, "Visual sensitivities to color differences in daylight", J. Opt. Soc. Am. **32**, 247-274 (1942).
- [MAC50] D. L. Macadam, "Maximum attainable luminous efficiency of various chromaticities", J. Opt. Soc. Am. **40**, 120 (1950).
- [MAC85] D. L. Macadam, *Color measurement*, 2nd ed. (Springer-Verlag, Berlín, 1985).
- [MARth] J. A. Martínez, *Estudio de la influencia de las funciones de mezcla sobre la determinación de diferencias de color*, PhD thesis (University of Granada, Granada, 1995).
- [MAR92] D. H. Marimont and B. W. Wandell, "Linear models of surface and illuminant spectra", J. Opt. Soc. Am. A. **9**, 1905 (1992).
- [MAR96] J. A. Martínez, M. Melgosa and E. Hita, "Experimental determination of the color-matching functions of real observers. Comparative analysis of variability", Atti della Fondazione Giorgio Ronchi. **51**, 483-496 (1996).
- [MAR97] J. A. Martínez, A. J. Poza, M. Melgosa and E. Hita, "Influence of the color-matching functions on threshold and large colour differences", J. Opt. **28**, 26-36 (1997).
- [MAR03a] J. A. Martínez, F. Pérez-Ocón, A. García-Beltrán and E. Hita, "Mathematical determination of the numerical data corresponding to the color-matching functions of three real observers using the RGB CIE-1931 primary system and a new system of unreal primaries X'Y'Z' ", Color Res. Appl. **28**, 89-95 (2003).
- [MAR03b] J. A. Martínez, F. Pérez-Ocón, A. García-Beltrán and E. Hita, "New deviate observer (JF-DO) obtained from experimental color-matching functions for small fields of real observers", Color Res. Appl. **28**, 209-215 (2003).
- [MEL94] M. Melgosa, J. A. Martínez, M. M. Pérez and E. Hita, "Comparative analysis of the performance of several color-matching functions proposed for small-size fields", Atti della Fondazione Giorgio Ronchi. **49**, 917-931 (1994).
- [MEL99] M. Melgosa, M. M. Pérez, A. El Moraghi and E. Hita, "Color discrimination results from a CRT device: influence of luminance", Color Res. Appl. **24**, 38-44 (1999).
- [MOT55] K. Motokawa and K. Isobe, "Spectral response curves and Hue discrimination in normal and color-defective subjects", J. Opt. Soc. Am. **45**, 79-88 (1955).
- [NAK92] S. Nakamura, *Métodos numéricos aplicados con software*, (Prentice-Hall Hispanoamericana, México, 1992).
- [NAY83] Y. Nayatani, K. Takahama, H. Sobagaki, "A proposal of new standard deviate observer", Col. Res. Appl. **8** 47-56 (1983).
- [NEL37] J. H. Nelson, "The colour-vision characteristics of a trichromat, part 2", Proc. Phys. Soc. (London) **49**, 332-337 (1937).
- [NIM62] I. Nimeroff, J. R. Rosenblatt and M. C. Dannemiller, "Variability of spectral tristimulus values", J. Opt. Soc. Am. **52**, 685-691 (1962).

- [NOR93] A. D. North and M. D. Fairchild, “Measuring color-matching functions. Part II. New data for assessing observer metamerism”, *Col. Res. Appl.* **18**, 163-170 (1993).
- [OHT75] N. Ohta, “Generating metameric object color”, *J. Opt. Soc. Am.* **65**, 1081 (1975).
- [OHT82] N. Ohta, “A simplified method for formulating pseudo-object color”, *Col. Res. Appl.* **7**, 78 (1982).
- [OHT85] N. Ohta, “Formulation of a standard deviate observer by a nonlinear optimization technique”, *Color Res. Appl.* **10**, 156-164 (1985).
- [OLE99] C. Oleari, “Inter-observer comparison of color-matching functions”, *Col. Res. Appl.* **24**, 177-184 (1999).
- [PAL78] D. A. Palmer, “Maxwell spot and additivity in tetrachromatic matches”, *J. Opt. Soc. Am.* **68**, 1501-1505 (1978).
- [PAL81] D. A. Palmer, “Nonadditivity in color matches with four instrumental Stimuli”, *J. Opt. Soc. Am.* **71**, 966-969 (1981).
- [PER99] F. Pérez-Ocón, E. Hita, L. Jiménez del Barco and J. L. Nieves, “Contribution to the experimental review of the colorimetric standard observer”, *Col. Res. Appl.* **24**, 377-388 (1999).
- [POZ97] A. J. Poza, J. A. Martínez, M. Melgosa and E. Hita, “A 2° standard deviate observer from the 1955 Stiles-Burch dataset”, *J. Opt.* **28**, 20-25 (1997).
- [PRE88] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky and W. T. Vetterling, *Numerical recipes in C*, (Cambridge U. Press, Cambridge, 1988).
- [RIC75] R. M. Rich and F. W. Billmeyer, “Method for deriving color-difference-perceptibility ellipses for surface-color samples”, *J. Opt. Soc. Am.* **65**, 956-959 (1975).
- [ROB78] A. R. Robertson, “CIE guidelines for coordinated research on colour-difference evaluation”, *Color Res. Appl.* **3**, 149-151 (1978).
- [SIL45] L. Silberstein and D. L. MacAdam, “The distribution of color matchings around a color center”, *J. Opt. Soc. Am.* **35**, 32-39 (1945).
- [SIMP] J. H. Wilkinson and C. Reinsch, “Linear Algebra”, Vol. 2 in *Handbook for Automatic Computation* (Springer, New York, 1971).
- [SPE59] N. I. Speranskaya, “Determination of spectrum color coordinates for twenty-seven normal observers”, *Opt. and Spectroscopy* **7**, 424-428 (1959);
- [STA79] U. Stabell, B. Stabell, “Change in hue with rod intrusion during dark adaptation”, *Vision Res.* **19**, 1127-1131 (1979).
- [STI59] W. S. Stiles and J. M. Burch, “N.P.L. colour-matching investigation: Final report (1958)”, *Opt. Acta* **6**, 1-26 (1959).
- [STI62] W. S. Stiles and G. Wyszecki, “Field trials of color-mixture functions”, *J. Opt. Soc. Am.* **52**, 58-75 (1962).



- [SUZ90] S. Suzuki, T. Kusunoki, and M. Mori, "Color characteristic design for color scanners", *Appl. Opt.* **29**, 5187 (1990).
- [TAK72] K. Takahama and Y. Nayatani, "New method for generating metameric stimuli of object colors", *J. Opt. Soc. Am. A* **62**, 1516 (1972).
- [TAK85] K. Takahama and Y. Nayatani, "Prediction of observer variation in estimating colorimetric values", *Col. Res. Appl.* **10** 106-117 (1985).
- [THO47] L. C. Thomson and W. D. Wright, "The colour sensitivity of the retina within the central fovea of man", *J. Physiol.* **105**, 316-331 (1947).
- [THO51] L. C. Thomson and P. W. Trezona, "The variations of hue discrimination with change of luminance level", *J. Physiol.* **114**, 98-106 (1951).
- [THO99] W. A. Thornton, "Spectral sensitivities of the normal human visual system, color-matching functions and their principles, and how and why the two sets should coincide", *Color Res. Appl.* **24**, 139-156 (1999).
- [TRE54] P. W. Trezona, "Additivity of colour equations II", *Proc. Phys. Soc.* **67B**, 513-522 (1954).
- [TRE76] P. W. Trezona, "The effect of rod activity on large field colour matching", *Color Res. Appl.* **1**, 95-101 (1976).
- [TRE87] P. W. Trezona, "Individual observer data for the 1955 Stiles-Burch 2° pilot investigation", *J. Opt. Soc. Am. A*, **4**, 769-782 (1987).
- [TYN33] E. P. T. Tyndall, "Chromaticity sensibility to wave-length difference as a function of purity", *J. Opt. Soc.* **23**, 15-24 (1933).
- [VIE77] F. Vienot, "New equipment for the measurement of color-matching functions", *Color Res. Appl.* **2**, 165-170 (1977).
- [VIE80] F. Vienot, "Relation between inter- and intra-individual variability of color-matching functions. Experimental results", *J. Opt. Soc. Am.* **70**, 1476-1483 (1980).
- [VOS78] J. J. Vos, "Colorimetric and photometric of a 2° fundamental observer", *Col. Res. Appl.* **3**, 125-128 (1978).
- [WEA51] R. A. Weale, "Hue discrimination in para-central parts of the human retina measured at different luminance levels", *J. Physiol.* **113**, 115-122 (1951).
- [WEA53] R. A. Weale, "Spectral sensitivity and wave-length discrimination of the peripheral retina", *J. Physiol.* **119**, 170-190 (1953).
- [VIN98] A. L. Vingrys and L. E. Mahon, "Color and luminance detection and discrimination asymmetries and interactions", *Vision Res.* **38**, 1085-1095 (1998).
- [WIT83] K. Witt and G. Döring, "Parametric variations in a threshold color-difference ellipsoid for green painted samples", *Color Res. Appl.* **8**, 153-163 (1983).
- [WIT87] K. Witt, "Three-dimensional threshold of color-difference perceptibility in painted samples", *Color Res. Appl.* **12**, 128-134 (1987).

- [WOL99] J. H. Wold and A. Valberg, “General method for deriving an XYZ tristimulus space exemplified by use of the Stiles-Burch 19552° color matching data”, *J. Opt. Soc. Am. A* **16**, 2845-2858 (1999).
- [WOR88] J. A. Worthey, “Calculation of metameric reflectances”, *Col. Res. Appl.* **13**, 76 (1988).
- [WRI28] W. D. Wright, “A re-determination of the trichromatic coefficients of the spectral colours”, *Trans. Opt. Soc.* **30**, 141-164 (1928-29).
- [WRI34] W. D. Wright and F. H. G. Pitt, “Hue-discrimination in normal colour-vision”, *Proc. Phys. Soc. (London)* **46**, 459-472 (1934).
- [WRI35] W. D. Wright and F. H. G. Pitt, “The colour-vision characteristics of two trichromats”, *Proc. Phys. Soc. (London)* **47**, 205-217 (1935).
- [WYS58] G. Wyszecki, “Evaluation metameric colors”, *J. Opt. Soc. Am.* **48**, 451 (1958).
- [WYS62] G. Wyszecki, “Metameric object colors”, *Acta chromatica* **1**, 1-6 (1962).
- [WYS71] G. Wyszecky and G. H. Fielder, “New color-matching ellipses”, *J. Opt. Soc. Am.* **61**, 1135-1152 (1971).
- [WYS82] G. Wyszecki and W. S. Stiles, *Color science: concepts and methods, quantitative data and formulae*, 2nd ed. (J. Wiley & Sons, New York, 1982).
- [ZOIth] J. M. Zoido, *Distancia estadística generalizada. La métrica del color*, PhD thesis, (Universidad Complutense de Madrid, Madrid, 1997).
- [ZOI95] J.M. Zoido, F. Carreño and E. Bernabeu, “Improved linear programming method to generate metameric spectral distributions”, *Appl. Opt.* **34**, 1938-1943 (1995).
- [ZOI99] J. M. Zoido, F. Carreño and E. Bernabeu, “The characteristic matrix of a colour detection system”, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **1** 371-377 (1999).
- [ZOI00] J. M. Zoido, “Optimization of color-representation systems when comparing different observers”, *Color Res. Appl.* **25**, 416-423 (2000).